Termo-estatística / Noturno Prova 3 10/05/2014

Nome: ______________________ **Núm. USP:** ______________

Prof. Evanildo Lacerda Jr.

1) Podemos definir o deslocamento quadrático médio de uma partícula como $r_{rms} = \sqrt{\bar{r^2}}$, e uma vez que $\sigma_r^2 = \bar{r^2} = 2Dt$, onde D é o coeficiente de difusão e t o tempo decorrido teremos

$$r_{rms} = \sqrt{2Dt}.$$

Assim, para a molécula de água (H_2O) em condições ambiente ($T = 300$ K, e P =1 atm), calcule (valor: 0,6 cada):

(a) O livre caminho médio (λ).

(b) O tempo livre médio ($\bar{t}$).

(c) O coeficiente de difusão.

(d) O tempo necessário para cada molécula se deslocar um metro (use $r_{rms} = 1$ m).

(e) Escreva a expressão para a dependência do tempo t com a temperatura T.

Diâmetro molecular da água: 3.70 Å, 1 Å $= 10^{-10}$ m.

2) Um texto publicado na Revista FAPESP [1] aborda a modelagem do desempenho dos times em campeonatos nacionais realizada pelo físico Roberto da Silva (UFRGS) e colaboradores. Leia o texto e responda. (a) Que fenômeno natural serviu de inspiração?(0,5) (b) Quais os elementos essenciais do primeiro modelo proposto por Silva? (0,5) (c) Que mudanças foram necessárias no modelo? E por quê? (0,5) (d) Qual a diferença entre um processo de difusão simples e um processo de superdifusão? (1,0)

3) Osciladores harmônicos têm bastante importância em física, servindo como modelo para uma grande variedade de sistemas. Um sólido metálico, por exemplo, pode ser modelado como um conjunto de osciladores ligados. Um oscilador harmônico unidimensional tem energia dada por

$$\epsilon = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}\kappa x^2$$

onde m é a massa, κ a constante de força do oscilador, v é a velocidade e x é o desvio em relação à posição de equilíbrio mecânico. Responda:

(a) De acordo com o teorema de equipartição de energia, qual é a energia média ($\bar{\epsilon}$) do oscilador harmônico? (0,5)

[1] Ver http://revistapesquisa.fapesp.br/2013/10/17/por-que-as-zebras-sao-comuns-no-brasileirao/

(b) Se o oscilador tiver uma energia *discretizada*, isto é, quantizada, pela expressão

$$\epsilon = nh\nu, \qquad (n = 0, 1, 2, 3, ...)$$

onde ν é a frequência de oscilação e h a constante de Planck. Mostre que agora a energia média ($\bar{\epsilon}$) é dada por

$$\bar{\epsilon} = \frac{h\nu}{e^{\beta h\nu} - 1}$$

onde $\beta = 1/kT$. (1,5) [Dicas: (1) calcule antes a função de partição Z, (2) faça $y = e^{\beta h\nu}$]

(c) Mostre que para $h\nu \ll kT$ a energia média assume o valor clássico do item (a). (0,5)

(d) Mostre que para $h\nu \gg kT$ a energia média pode ser escrita como

$$\bar{\epsilon} \cong h\nu e^{-\beta h\nu}.$$

(0,5)

(e) Para o átomo O_2 a frequência característica de vibração é $\nu = 4.66 \times 10^{13}$ s^{-1} (!). Neste caso, calcule a chamada temperatura característica de vibração $\Theta_{vib} = h\nu/k$. (0,5)

(f) Qual a razão entre o valor de clássico de $\bar{\epsilon}$ e o valor de $\bar{\epsilon}$ obtido pela expressão do item (b) para $T = \Theta_{vib}$, $T = 10\Theta_{vib}$, $T = 100\Theta_{vib}$. (1,0)

——-

Pode ser útil:
$S(y) = \sum_{n=0}^{+\infty} y^n = \frac{1}{1-y}$; $\beta = \frac{1}{kT}$; $k = 1,38 \times 10^{-23}$ J/K; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J/s.

The End.