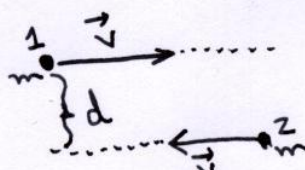


FEP 111 - LISTA 3

①

PARTE I (CLASSE)

1) a)  Em relação a uma origem qualquer, temos:

$$\vec{L} = m\vec{R}_1 \times \vec{v}_1 + m\vec{R}_2 \times \vec{v}_2,$$

onde $\vec{R}_1 = \vec{R}_1(t)$ e $\vec{R}_2 = \vec{R}_2(t)$ são as posições das duas partículas. Mas $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2 \equiv \vec{v}$. Assim:

$$\vec{L} = m\vec{R}_1 \times \vec{v} - m\vec{R}_2 \times \vec{v} = m(\vec{R}_1 - \vec{R}_2) \times \vec{v}$$

Assim, \vec{L} não depende da posição relativa $\vec{R}_1 - \vec{R}_2$, que é um vetor independente da escolha de coordenadas: $\vec{R}_1' - \vec{R}_2' = \vec{R}_1 - \vec{R}_2$.

\vec{L} é, então, o mesmo para qualquer origem. Escolhendo por conveniência o origem na reta que contém a trajetória da partícula 1, teremos $\vec{R}_1 \times \vec{v} = 0$ neste caso, e $|\vec{R}_2 \times \vec{v}| = dV$, na direção \hat{k} . Assim,

$$\vec{L} = -m dV \hat{k}.$$

Substituindo os valores, encontramos $|\vec{L}| = 420 \text{ Kg m}^2/\text{s}$

b) Por conservação do momento angular total desse sistema, as duas partículas giram em torno de seu centro de massa com velocidade V . Assim:

$$\omega = \frac{V}{R} = \frac{V}{d/2} = \frac{2V}{d}$$



Substituindo, $\omega = \frac{2 \cdot 5}{1,4} \approx 7,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

2) a) Pela conservação de momento angular,

$$2mVR = 2mV'R' \Rightarrow VR = V'R'. \text{ Mas } V = \omega R:$$

$$\omega R^2 = \omega'(R')^2 \Rightarrow \boxed{\omega' = \left(\frac{R}{R'}\right)^2 \omega}$$

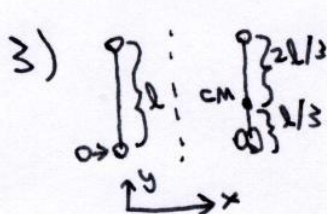
b) A quantidade de trabalho realizada é dada pela diferença entre as energias cinéticas inicial e final:

$$T_i = 2 \cdot \frac{1}{2} m V^2 = m \omega^2 R^2 \quad T_f = m (\omega')^2 (R')^2$$

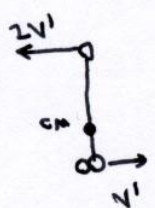
$$W = T_f - T_i = m [(\omega')^2 (R')^2 - \omega^2 R^2] = m \left[\left(\frac{R}{R'}\right)^4 \omega^2 (R')^2 - \omega^2 R^2 \right]$$

$$\Rightarrow W = m \omega^2 \left(\frac{R^4}{(R')^2} - R^2 \right) = \frac{m \omega^2}{(R')^2} (R^4 - R^2 (R')^2)$$

$$\boxed{W = m \omega^2 \left(\frac{R}{R'}\right)^2 (R^2 - (R')^2)} \quad \begin{array}{l} \text{Se } R' > R, W < 0 \\ \text{Se } R' < R, W > 0. \end{array}$$



Após a colisão, o centro de massa move-se com velocidade v_{cm} dada pela lei de conservação de momento.
 $mv = 3m v_{cm} \Rightarrow \boxed{v_{cm} = v/3}$, na direção x .



Depois da colisão, as duas bolas coladas giram em torno do centro de massa c/ velocidade v' (em relação a um referencial onde o CM está em repouso), e a bola de cima gira em rel. ao CM c/ vel. $2v'$, pois o CM fica a uma altura $l/3$ das duas bolas de baixo. O momento angular em rel. ao CM é:

$$L_{cm} = m \cdot (2v') \cdot \frac{2l}{3} + 2m \cdot v' \cdot \frac{l}{3} = 2mv'l.$$

Isto deve ser igual ao mom. angular em relação ao mesmo ponto antes da colisão: $L_{cm} = mv \frac{l}{3} = 2mv'l \Rightarrow v' = v/6$.

Isto corresponde a uma vel. angular ω em torno do CM de: $\omega = \frac{v'}{l/3} = \frac{v}{2l}$

PARTE 2 - CASA

$$1) \omega' = \left(\frac{l}{l'}\right)^2 \omega$$

$$2) \vec{L} = \mu \vec{R} \times \vec{V} \quad \mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2) \quad \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

4) ~~##~~ O centro de massa do sistema move-se com velocidade constante $\vec{v}_{cm} = \vec{P}/4m$, e o conjunto gira em torno do centro de massa com vel. angular $\omega = \sqrt{2}|\vec{P}|/4md$

$$5) a) \Delta l = 2(1 - 3^{-5/6})d \cong 0.6m$$

$$b) v_f = 3^{1/3} v_i \Rightarrow v_f/v_i \cong 1.4$$

$$6) v_\theta = 2v_0 \quad \cancel{v_r} v_r = 0$$