

# FEP111 - Lista 6 - Gabarito

## Parte 1 (em classe)

$$1) a) \nu = \frac{1}{T} \Rightarrow T = 1/\nu \Rightarrow T = 4s \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \frac{\text{rad}}{s}$$

A Amplitude é 0,5 cm

$$b) x(0) = 0,5 \text{ cm} \quad v(0) = \dot{x}(0) = 0$$

$$x(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$

$$x(0) = 0,5 \Rightarrow A = 0,5 \text{ cm} \quad v(0) = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$\rightarrow x(t) = 0,5 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) \text{ cm} \quad (x \text{ em cm, } t \text{ em s})$$

$$v(t) = \dot{x}(t) = -\frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) \frac{\text{cm}}{s}$$

$$c) x_{\text{max}} = 0,5 \text{ cm}; \quad v_{\text{max}} = \frac{\pi}{4} \text{ cm/s}$$

$$d) x(3) = 0,5 \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

$$v(3) = -\frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4} \text{ cm/s}$$

2) Por cons. de momento, <sup>imediatamente</sup> após o choque o sistema massa + mola tem velocidade  $v_f$  dada por:

$$mv = (M+m)v_f \Rightarrow v_f = \frac{m}{M+m}v.$$

Este corpo composto  $M+m$  oscila harmonicamente, com freq. angular  $\omega$  dada por:

$$(M+m)\ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{M+m}x = 0, \text{ ou seja, } \boxed{\omega^2 = \frac{k}{M+m}}.$$

Anim:

$$x(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t), \text{ com } \omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$$

Mds:

$$x(0) = 0 \Rightarrow A = 0, \quad \dot{x}(0) = v_f \Rightarrow \omega B = v_f \Rightarrow B = v_f / \omega.$$

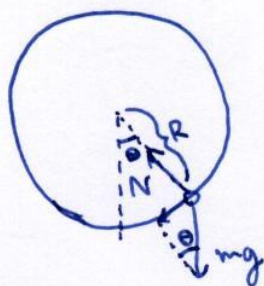
Anim:

$$x(t) = \frac{m}{M+m} \frac{v}{\omega} \sin(\omega t), \text{ ou:}$$

$$x(t) = \frac{mv}{\sqrt{(M+m)k}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} t\right).$$



3)



A aceleração radial é tal que sempre garante que a partícula permaneça no arco, que é rígido. A única fonte de força tangencial é a gravidade. Pela figura ao lado, temos que:

$$F_{\theta} = \text{força tangencial} = -mg \sin \theta.$$

O sinal negativo vem do fato que  $F_{\theta}$  acelera a partícula na direção oposta à orientação do ângulo  $\theta$  (a força é conservativa).

Mas  $F_{\theta} = ma_{\theta} = mR\ddot{\theta}$ . Assim:

$$mR\ddot{\theta} = -mg \sin \theta \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{R} \sin \theta = 0$$

Supondo  $\theta$  pequeno,  $\sin \theta \approx \theta$ , ~~temos~~ e teremos:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{R} \theta = 0,$$

e que corresponde a uma oscilação harmônica com freq. angular  $\omega = \sqrt{g/R}$ , e período  $T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$ .



## PARTE 2 (CASA)

1)  $z(t) = \frac{mg}{K} \cos(\omega t)$ , com  $\omega = \sqrt{K/m}$ , orientando  $z$  para cima, e tomando como origem o ponto de equilíbrio do sistema massa + mola. Outras escalas, são outras expressões.

2) a)  $A^2 = \frac{2mg}{K} \left( h + \frac{mg}{2K} \right)$       b)  $E = mg \left( h + \frac{mg}{2K} \right)$

3) a)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{MR^2}{2K}}$       b)  $T = \pi \sqrt{\frac{MR^2}{K}}$

4)  $\omega^2 = \frac{5}{7} \frac{g}{R}$

5)  $\omega^2 = \frac{g}{l} + \frac{K}{4m}$