

FEP 111 - GABARITO 6

3 de novembro de 2005

Exercícios para Classe

sen 123

Exercício 1

A)

$$\nu = \frac{1}{T} \Rightarrow T = 4s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu = 2\pi \times 4 \frac{rad}{s} = 8\pi \frac{rad}{s}$$

A amplitude é $0,5cm$.

B) $x_{(0)} = 0,5cm \Rightarrow v_{(0)} = \dot{x}_{(0)} = 0$

$$x_{(t)} = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad x_{(0)} = 0,5cm \Rightarrow A = 0,5cm$$

$$v_{(0)} = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$x_{(t)} = A \cos \omega t = 0,5 \cos(8\pi t) \quad (x \text{ em } cm, t \text{ em } s).$$

$$v_{(t)} = \dot{x}_{(t)} = -4\pi \sin(8\pi t) \quad (v \text{ em } cm/s, t \text{ em } s.)$$

C) Do item anterior, $x_{max} = A = 0,5cm$, e $v_{max} = 4\pi cm/s$.

D) $x_{(3)} = 0,5 \cos(24\pi) = 0,5 \cos(0) = 0,5cm$

$$v_{(3)} = -4\pi \sin(24\pi) = -4\pi \times 0 = 0cm/s$$

Exercício 2

Por conservação do momento, imediatamente após o choque o sistema massa + bola tem velocidade v_f dada por:

$$mv = (M + m)v_f \Rightarrow v_f = \frac{m}{M + m}v$$

Este corpo composto $M + m$ oscila harmonicamente, com frequência angular ω dada por:

$$(M + m)\ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{M + m}x = 0, \text{ ou seja, } \boxed{\omega = \frac{k}{M + m}}$$

Assim:

$$x_{(t)} = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t), \text{ com } \omega = \sqrt{\frac{k}{M + m}}$$

Mas:

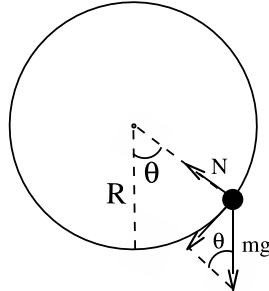
$$x_{(0)} = 0 \Rightarrow A = 0, \quad \dot{x}_{(0)} = v_f \Rightarrow \omega B = v_f \Rightarrow B = \frac{v_f}{\omega}$$

Assim:

$$x_{(t)} = \frac{m}{M+m} \frac{v}{\omega} \sin(\omega t) \quad , \text{ ou:}$$

$$x_{(t)} = \frac{mv}{\sqrt{(M+m)k}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} t\right)$$

Exercício 3



A aceleração radial é tal que sempre garante que a massa m permaneça no aro, que é suposto rígido. A única fonte de força tangencial é a gravidade. Pela figura acima temos que:

$$F_\theta = \text{Força tangencial} = -mg \sin \theta$$

O sinal negativo vem do fato que F_θ acelera a partícula na direção oposta à orientação do ângulo θ (a força é conservativa).

Mas: $F_\theta = ma_\theta = mR\ddot{\theta}$. Assim:

$$mr\ddot{\theta} = -mg \sin \theta \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{R} \sin \theta = 0$$

Supondo θ pequeno, $\sin \theta \approx \theta$, e teremos:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{R} \theta = 0$$

o que corresponde a uma oscilação harmônica com frequência angular $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$, e período $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$.

Exercícios para Casa (só a resposta!)

Exercício 1

$$z_{(t)} = \frac{mg}{k} \cos(\omega t) \quad , \text{ onde } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Exercício 2

A)

$$A^2 = \frac{2mg}{k} \left(h + \frac{mg}{2k} \right)$$

B)

$$E = mg \left(h + \frac{mg}{2k} \right)$$

Exercício 3

A)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{MR^2}{2k}}$$

B)

$$T = \pi \sqrt{\frac{MR^2}{k}}$$

Exercício 4

$$\omega^2 = \frac{5}{7} \frac{g}{R}$$

Exercício 5

$$\omega^2 = \frac{g}{l} + \frac{k}{4m}$$