

FEP 0111 (diurno) - Sétima lista de exercícios

1. Por conservação do momento linear, a velocidade V_0 do conjunto formado pelo bloco e a bolinha logo após o choque é tal que

$$mv = (M + m)V_0 \quad \Rightarrow \quad V_0 = \frac{m}{M + m}v.$$

A partir desse instante, por ação da mola, o conjunto executará um movimento harmônico simples com frequência angular

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M + m}}.$$

A expressão geral do deslocamento $X(t)$ do sistema é

$$X(t) = A \sen(\omega t + \phi),$$

que corresponde a uma velocidade $V(t)$ dada por

$$V(t) = \omega A \cos(\omega t + \phi).$$

As constantes A e ϕ podem ser determinadas a partir das condições iniciais $X(0) = 0$ e $V(0) = V_0$:

$$\begin{cases} A \sen \phi = 0 \\ \omega A \cos \phi = V_0 \end{cases} \quad \Leftarrow \quad \begin{cases} \phi = 0 \\ A = V_0/\omega \end{cases}.$$

(Note que também poderíamos ter escolhido como solução, por exemplo, $\phi = \pi$ e $A = -V_0/\omega$, mas isso não alteraria a forma final de $X(t)$.) Substituindo a expressão para V_0 , temos

$$X(t) = \frac{m}{M + m} \frac{v}{\omega} \sen(\omega t).$$

2. A componente tangencial da aceleração da conta é $a_\theta = r\ddot{\theta}$, enquanto a componente tangencial da força resultante sobre a conta é $F_\theta = -mg \sen \theta$, de modo que temos

$$ma_\theta = F_\theta \quad \Rightarrow \quad mr\ddot{\theta} = -mg \sen \theta.$$

Mas sabemos que, para pequenos ângulos ($\theta \ll 1$ rad), $\sen \theta \simeq \theta$, e podemos escrever

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{r}\theta,$$

equação que corresponde a um movimento harmônico simples de frequência angular ω tal que

$$\omega^2 = \frac{g}{r},$$

que conduz a um período de movimento

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g}}.$$

3. Inicialmente, o densímetro encontra-se em equilíbrio sob ação de seu peso mg e do empuxo E , que corresponde ao peso do volume de água deslocado. Sendo ρ a densidade da água, temos então

$$mg = E = \rho V_0 g \quad \Rightarrow \quad m = \rho V_0.$$

Ao empurrarmos o densímetro verticalmente para baixo uma certa distância x , aparecerá um empuxo adicional, contrário ao deslocamento, como resultado do volume submerso ter aumentado de ρAx . Desprezando qualquer efeito devido ao movimento da água, a equação de movimento do densímetro será

$$m\ddot{x} = mg - \rho(Ax + V_0)g = -(\rho Ag)x,$$

ou seja,

$$\ddot{x} = -\frac{\rho Ag}{m}x = -\frac{Ag}{V_0}x,$$

que corresponde a um movimento harmônico simples de frequência angular

$$\omega = \sqrt{\frac{Ag}{V_0}}.$$