

FEP 111 - GABARITO 1

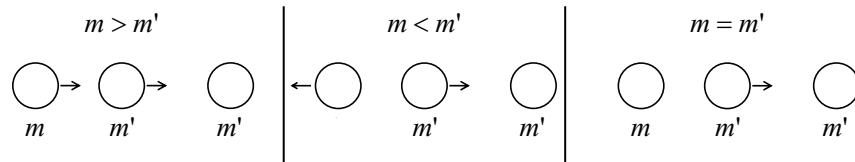
29 de agosto de 2005

Exercícios para Classe

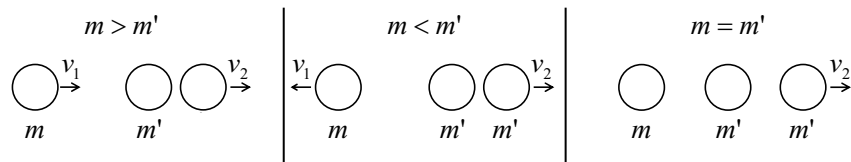
Exercício 1 Das leis de conservação (energia e momento), obtemos que, se a partícula 1, de massa m_1 , e velocidade v colide com a partícula 2, de massa m_2 parada, temos que, na notação do Moysés:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v \quad , \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v \quad (1)$$

Denotando as três partículas de 1,2,3 (da esquerda para a direita), a primeira colisão ocorre entre as partículas 1 e 2. Seja v_1 e v_2 as velocidades após a 1ª colisão:



Como $v_2 > 0$, sempre haverá uma segunda colisão, entre as partículas 2 e 3. Como estas partículas têm a mesma massa m' , elas simplesmente trocam de velocidade. Como a partícula 3 está parada antes da 2ª colisão, após a segunda colisão a partícula 2 estará parada, e a partícula 3 estará se movendo com a mesma velocidade v_2 , para a direita. Assim, as possibilidades após a 2ª colisão são:



Como podemos ver da figura anterior, se $m \leq m'$, as partículas nunca mais se encontram após a 2ª colisão. As velocidades finais estão indicadas na figura.

Se $m > m'$, há uma terceira colisão, entre 1 e 2, a partícula 1 se movendo para a direita com velocidade v_1 , e a partícula 2 estando parada. Usando novamente as Eqs.1, e denotando por v'_1 a velocidade de 1 após a colisão, e similarmente para v'_2 , temos:

$$v'_1 = \frac{m - m'}{m + m'} v_1 = \left(\frac{m - m'}{m + m'} \right)^2 v$$

$$v'_2 = \frac{2m}{m + m'} v_1 = \frac{2m(m - m')}{(m + m')^2} v$$

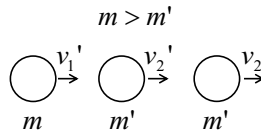
Para saber se após a 3ª colisão v'_1 é maior que v'_2 , calculamos a razão v'_1/v'_2 :

$$\frac{v'_1}{v'_2} = \frac{(m - m')^2}{2m(m - m')} = \frac{m - m'}{2m} < 1$$

Assim, $v'_1 < v'_2$, e ambos são positivos. Tanto a partícula 2 como a 3 estão andando para a direita. Queremos saber se a partícula 2 tem velocidade maior ou menor que a partícula 3. Calculamos:

$$\frac{v'_2}{V_2} = \frac{\frac{2m(m - m')}{(m + m')^2}}{\frac{2m}{m + m'}} < 1$$

Assim, $v'_2 < v_2$. Temos então a seguinte configuração:



Portanto não haverá uma quarta colisão, e após a 3ª colisão as velocidades ficam como esquematizadas acima.

Exercício 2 Depois da colisão os dois carros "grudam" um no outro, formando um corpo de massa $M + m$, que é arrastado pela distância $D = 10,5$ metros, ($M = 2400\text{kg}$, $m = 1200\text{kg}$). Seja v' a velocidade dos dois carros após a colisão, e v a velocidade do carro de luxo antes da colisão, que queremos determinar.
Por conservação do momento:

$$Mv = (M + m)v' \implies v' = \frac{M}{M + m} V \quad (2)$$

Depois da colisão, a velocidade do carro composto de massa $M + m$ decresce de v' até 0, por causa da aceleração constante de módulo $\mu_c g$ (μ_c = coeficiente de atrito cinético). Usando, por exemplo, a equação de torricelli determinamos que:

$$(v')^2 = 2\mu_c g D \implies v' = \sqrt{2\mu_c g D}$$

Substituindo na Eq.2, temos:

$$\frac{Mv}{M+m} = \sqrt{2\mu_c g D} \implies v = \frac{M+m}{M} \sqrt{2\mu_c g D}$$

Substituindo os valores encontramos $v \approx 16,8 \text{ m/s} \approx 60 \text{ km/h}$

Exercício 3 a)

$$F = \left| \vec{F} \right| = G \frac{Mm}{d^2}$$

$M = \text{massa do planeta}$

$m = \text{massa da espaçonave}$

$d = \text{distância da espaçonave ao centro do planeta}$

Em uma órbita circular, $d = \text{cte.} = R + h$, e $F = m\omega^2 d$:

$$\frac{GMm}{(R+h)^2} = m\omega^2(R+h) \implies M = \frac{\omega^2}{G}(R+h)^3$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$T = \text{período da órbita}$

$$M = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{GT^2}$$

b) Substituindo os valores na equação acima, encontraremos:

$$M \approx 6,7 \times 10^{22} \text{ kg}$$

Exercícios para Casa (só a resposta!)

Exercício 1 A quantidade Q real de creme é:

$$Q = \frac{PT}{gT + \sqrt{2gh}} \approx 0,168 \text{ kg} = 168 \text{ g}$$

onde P é o peso indicado pela balança, $T=2$, e h é a altura de que o creme cai.

Exercício 2 A direção é dada pelo vetor $\hat{i} + 6\hat{j}$. A distância é $D \approx 23 \text{ m}$.

Exercício 3 O impulso é dado pela variação do momento

$$\vec{\Delta p} = (\Delta p_x, \Delta p_y)$$

$$\Delta p_x = -\frac{mv_0}{2\sqrt{2}} \quad \Delta p_y = \frac{\sqrt{3}+2}{2\sqrt{2}}mv_0$$

Exercício 4 $25\% = \frac{1}{4}$ da energia é transferida para a 2ª partícula

Exercício 5 *A transferência máxima de energia acontece para $\lambda = 1$ (massas iguais), quando $f=1$ (a transferência é total).*

Exercício 7 a) *Cada partícula sofre uma força $F = \sqrt{3}G\frac{m^2}{d^2}$.*
b) $\omega = \sqrt{\frac{3Gm}{d^3}}$.

Exercício 8

$$\rho \approx 1300 \text{ kg/m}^3 = \frac{24\pi}{GT^2(\delta\theta)^3}$$

$T =$ período da Terra (1 ano), e $\delta\theta = \frac{R}{d} =$ raio angular.

Exercício 9

$$|\vec{v}| = \sqrt{Gm \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)}$$