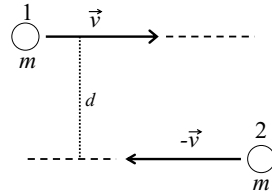


# FEP 111 - GABARITO 3

20 de setembro de 2005

## Exercícios para Classe

### Exercício 1



Em relação a uma origem qualquer, temos:

$$\vec{L} = m\vec{r}_1 \times \vec{v}_1 + m\vec{r}_2 \times \vec{v}_2,$$

onde  $\vec{r}_1 = \vec{r}_1(t)$  e  $\vec{r}_2 = \vec{r}_2(t)$  são as posições das duas partículas. Mas  $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2 \equiv \vec{v}$ . Assim:

$$\vec{L} = m\vec{r}_1 \times \vec{v} - m\vec{r}_2 \times \vec{v} = m(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{v}$$

Assim,  $\vec{L}$  só depende da posição relativa  $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ , que é um vetor independente da escala de coordenadas:  $\vec{r}_1' - \vec{r}_2' = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ .  $\vec{L}$  é, então, o mesmo para qualquer origem. Escolhendo por conveniência a origem na reta que contém a trajetória da partícula 1, temos  $\vec{r}_1 \times \vec{v} = 0$  neste caso, e  $|\vec{r}_2 \times \vec{v}| = dv$ , na direção  $\hat{k}$ . Assim,

$$\vec{L} = -mdv\hat{k}$$

Substituindo os valores, encontramos  $|\vec{L}| = 420 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$

b) Por conservação do momento angular total desse sistema, as duas partículas giram em torno de seu centro de massa com velocidade  $v$ . Assim:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{v}{d/2} = \frac{2v}{d}$$

Substituindo,  $\omega = 2 \frac{5}{1,4} \approx 7,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

**Exercício 2** A) Pela conservação do momento angular,

$$2mvr = 2mv'r' \implies vr = v'r'$$

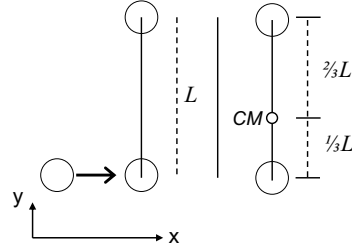
Mas  $v = \omega r$ :

$$\omega r^2 = \omega' r' \implies \omega' = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \omega$$

B) A quantidade de trabalho realizada é dada pela diferença entre as energias cinéticas inicial e final:

$$\begin{aligned}
 T_i &= 2 \times \frac{1}{2}mv^2 = m\omega^2 r^2 & T_f &= m(\omega')^2 (r')^2 \\
 W &= T_f - T_i = m[(\omega')^2 (r')^2 - \omega^2 r^2] = m\left[\left(\frac{r}{r'}\right)^2 \omega^2 (r')^2 - \omega^2 r^2\right] \\
 \Rightarrow W &= m\omega^2 \left(\frac{r^4}{(r')^2} - r^2\right) = \frac{m\omega^2}{(r')^2} (r^4 - r^2 (r')^2) \\
 W &= m\omega^2 \left(\frac{r}{r'}\right) (r^2 - (r')^2) \\
 &\text{Se } r' > r, \quad W < 0 \\
 &\text{Se } r' < r, \quad W > 0
 \end{aligned}$$

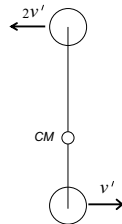
### Exercício 3



Após a colisão, o centro de massa se move com velocidade  $V_{cm}$  dada pela lei de conservação do momento

$$mv = 3mv_{cm} \Rightarrow v_{cm} = \frac{v}{3},$$

na dimensão  $x$ .



Depois da colisão, as duas bolas coladas giram em torno do centro de massa com velocidade  $v'$  (em relação a um referencial onde o CM está em repouso), e a bola de cima gira em relação ao CM com velocidade  $2v'$ , pois o CM fica a uma altura  $L/3$  das bolas de baixo. O momento angular em relação ao CM é:

$$L_{cm} = m(2v')\frac{2L}{3} + 2mv'\frac{L}{3} = 2mv'L$$

Isto deve ser igual ao momento angular em relação ao mesmo ponto antes da colisão:  $L_{cm} = mv\frac{L}{3} = 2mv'L \Rightarrow v' = \frac{v}{6}$ .

Isto corresponde a uma velocidade angular  $\omega$  em torno do CM de:  $\omega = \frac{v'}{L/3} = \frac{v}{2L}$

## Exercícios para Casa (só a resposta!)

**Exercício 1**  $\omega' = \left(\frac{l}{l'}\right)^2 \omega$

**Exercício 2**  $\vec{L} = \mu \vec{r} \times \vec{v}$       $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$       $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$       $\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

**Exercício 4** *O centro de massa do sistema move-se com velocidade constante*  
 $\vec{v}_{cm} = \frac{\vec{P}}{4m}$ , *e o conjunto gira em torno do centro de massa com velocidade*  
*angular*  $\omega = \frac{\sqrt{2}|\vec{P}|}{4ml}$

**Exercício 5** A)  $\Delta l = 2(1 - 3^{-\frac{5}{6}})d \approx 0.6 m$   
B)  $v_f = 3^{\frac{1}{3}} v_i \Rightarrow \frac{v_f}{v_i} \approx 1.4$

**Exercício 6**  $v_\theta = 2v_o$       $v_r = 0$