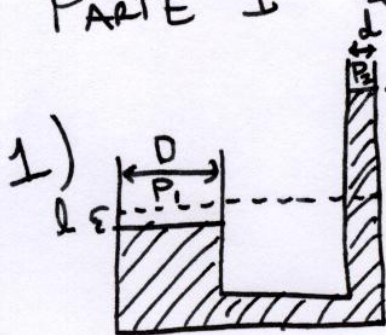


FEP111 - Lista 8 - Gabarito

Parte I - ~~CASE~~ CLASSE

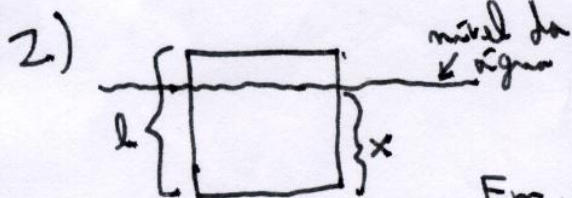


Se o lado direito subiu uma altura h , o lado esquerdo desceu l , e a quantidade (volume) de fluido ~~que~~ que foi p/ o lado direito sair do lado esquerdo. Assim:

$$lD^2 = h d^2 \Rightarrow l = h \left(\frac{d}{D} \right)^2.$$

Usando a equação fundamental da hidrostática:

$$P_1 = \rho g(l+h) + P_2 \Rightarrow P_1 - P_2 = \rho g h \left[1 + \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]$$



Seja ρ_g a densidade do gelo, e ρ a densidade da água (líquida).

Em um cubo de lado l de gelo, a altura x que a água alcança é determinada fazendo o empuxo ser igual ao peso do cubo (em módulo):

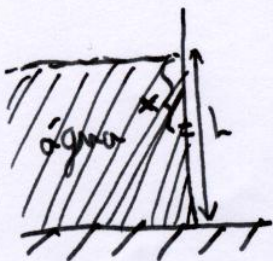
$$Mg = V(x)\rho g, \quad V(x) = l^2 x = \text{val. da parte imersa do cubo.}$$

mas $M = l^3 \rho_g$. Assim:

$$l^3 \rho_g = l^2 x \rho \Rightarrow l \rho_g = x \rho \Rightarrow \boxed{\frac{x}{l} = \frac{\rho_g}{\rho}}$$

A fração de um iceberg que fica imersa é portanto igual a $1 - \rho_g \approx 1 - 0,9 = 0,1 = 10\%$. A fração submersa é 90%.

3) a)



Seja x a ~~altura~~ profundidade do buraco em relação à superfície da água. Como mostrado no texto de Mayrês, o jato de água sai do orifício com velocidade horizontal $v = \sqrt{2gx}$.

Ele está a uma altura $h-x$ do solo. ~~Na altura~~ O tempo de queda dessa altura é dado por $\frac{1}{2}gT^2 = h-x \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2(h-x)}{g}}$.

Nesse tempo, o jato percorre uma distância horizontal de $d = vT = 2\sqrt{x(h-x)} = d(x)$. O máximo de $d(x)$ é dado por:

$$\text{b) } d'(x) = 0 \Rightarrow \frac{d}{dx} \sqrt{x(h-x)} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{h-x^*-x^*}{2\sqrt{x^*(h-x^*)}} = 0 \Rightarrow h = 2x^* \Rightarrow \boxed{x^* = h/2} = \text{a}$$

A altura em que o orifício deve estar para que o jato atenda um alcance máximo é $h-x^* = \boxed{h/2}$ (b)

O alcance máximo é dado por:

$$d(x^*) = d_{\max} = 2\sqrt{\frac{h}{2}\left(h-\frac{h}{2}\right)} = 2\sqrt{\frac{h^2}{4}} = \boxed{h = d_{\max}} \text{ (a)}$$

PARTE II - CASA

1) a) Não muda b) O nível desce

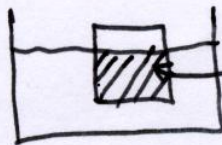
2) A coisa é de plástico

3) $v = \sqrt{2gh}$

4) $v \approx \text{a} \ 176 \text{ m/s}$

PARTE II → CASA

1) a)



Se V_g é o volume de uma porção de gelo, uma porção $\frac{\rho_g}{\rho} V_g$ está submersa (ver ex. 1 p/ classe), onde $\rho_g = \text{dens. do gelo}$, $\rho = \text{dens. da água}$.

Depois que se derrete, o volume V_g de gelo transforma-se no volume V de água, com $\rho V = \rho_g V_g$ (cons. de massa), ou seja, $V = \frac{\rho_g}{\rho} V_g$. Mas ~~esse~~ esse é exatamente o volume de gelo que estava submerso. Assim, o nível de água não muda.

b) Seja V o volume do barco, M a massa do barco + do homem, e m a massa da pedra. Antes de tirar a pedra do barco ~~um volume~~ $\frac{V}{\rho} \frac{M+m}{V} = \frac{M+m}{\rho}$ estava submerso, ou seja, $\frac{V}{\rho} \frac{M+m}{V} = \frac{M+m}{\rho}$.

Depois de tirada a pedra, o volume submerso cai para $\frac{V}{\rho} \frac{M}{V} = \frac{M}{\rho}$. A pedra, ao ser atirada na piscina, é totalmente submersa e ocupa um volume $V_{\text{pedra}} = \frac{m}{\rho_{\text{pedra}}}$ ($\rho_{\text{pedra}} = \text{densid. da pedra} > \rho$). Assim, a variação total de volume submerso (barco + pedra) é:

~~$$\Delta V = \frac{M}{\rho} + \frac{m}{\rho_{\text{pedra}}} - \frac{M+m}{\rho}$$~~

$$\Delta V = \frac{M}{\rho} + \frac{m}{\rho_{\text{pedra}}} - \frac{M+m}{\rho} = m \left(\frac{1}{\rho_{\text{pedra}}} - \frac{1}{\rho} \right).$$

Como $\rho_{\text{pedra}} > \rho$, $\Delta V < 0$, e portanto o nível da água desce.

2) O volume da coroa é $0,32 = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^3$. A força necessária para elevar a coroa qdo esta está submersa é $2,85 \text{ kgf} \approx 28,5 \text{ N} = P'$.
 Mas:

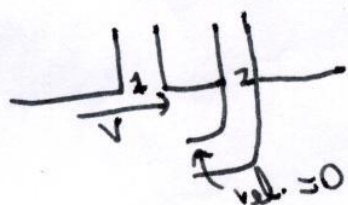
$$P' = \underbrace{Mg}_{\text{peso}} - \underbrace{\rho V g}_{\text{empuxo}}, \quad \rho = \text{dens. da água.}$$

$$\text{Assim } M = \rho V + P'/g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{densidade da coroa} = \rho_d = \frac{M}{V} = \rho + \frac{P'}{Vg}$$

Substituindo os valores, encontramos $\rho_d = 10,5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 10,5 \text{ g/cm}^3$.
 Ou seja, a coroa é de fruta.

3) Trata-se essencialmente do tubo de ~~Pitot~~ ^{Venturi} (ver texto da Mayra)



$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v^2 = P_2 \Rightarrow P_2 - P_1 = \frac{1}{2} \rho v^2 = \rho g h$$

$$\Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

4)

$$\boxed{\begin{matrix} P = 1,25 \text{ atm} \\ v \approx 0 \end{matrix}} \quad \begin{matrix} P_0 = 1 \text{ atm} \\ v \approx 1 \end{matrix}$$

Pela eq. de Bernoulli:

$$P = P_0 + \frac{1}{2} \rho v^2 \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{2(P - P_0)}{\rho}}}$$

ρ é a densidade do ar no recipiente. A 1 atm, sabemos que $\rho = 1,3 \text{ kg/m}^3$. À mesma temperatura, a densidade é proporcional à pressão, e portanto ρ é $1,3 \times 1,25 \text{ atm}$. Substituindo os valores, temos

$$\underline{v \approx 196 \text{ m/s}}$$