

FEP 0111 (noturno) - Terceira lista de exercícios

1. Vamos chamar a partícula de massa m de partícula 0, e as partículas de massa m' de partículas 1 e 2, de acordo com a distância à partícula 0. Sempre existem pelo menos duas colisões, já que, após a primeira delas, a partícula 1 move-se em direção à partícula 2. Se a partícula 0 inicialmente se desloca em direção à partícula 1 com velocidade v , a conservação do momento e da energia cinética para a primeira colisão fornece

$$mv = mv_0 + m'v_1 \quad (1)$$

e

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}m'v_1^2, \quad (2)$$

sendo v_0 e v_1 , respectivamente, as velocidades das partículas 0 e 1 após a colisão. Elevando a Eq. (1) ao quadrado, multiplicando a Eq. (2) por $2m$ e subtraindo os resultados, chegamos a

$$(m'v_1)^2 + 2mm'v_0v_1 - mm'v_1^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{m'}{m} \right) v_1, \quad (3)$$

de onde, substituindo a expressão para v_0 na Eq. (1) e dividindo por m , obtemos

$$v = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{m'}{m} \right) v_1 + \frac{m'}{m} v_1.$$

Resolvendo a equação acima para v_1 , e em seguida substituindo o resultado na Eq. (3), expressamos v_0 e v_1 em termos de v :

$$v_0 = \frac{m - m'}{m + m'} v \quad \text{e} \quad v_1 = \frac{2m}{m + m'} v. \quad (4)$$

Após a segunda colisão, as partículas 1 e 2 simplesmente trocam suas velocidades, já que possuem massas iguais; desse modo, a partícula 1 atinge o repouso, enquanto a partícula 2 passa a se deslocar com velocidade v_1 .

- (a) Para que haja apenas duas colisões, é necessário que v_0 , a velocidade da partícula 0 após a primeira colisão, seja nula ou tenha sentido oposto a v_1 . Vemos então da Eq. (3) que

$$\frac{v_0}{v_1} \leq 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \frac{m'}{m} \leq 0 \quad m \leq m'.$$

- (b) Se v_0 tem o mesmo sentido de v_1 , haverá uma terceira colisão, envolvendo as partículas 0 e 1, já que esta permanece parada após a segunda colisão. A situação para essa terceira colisão é análoga à da primeira, mas com v_0 fazendo o papel de v . Denotando por v'_0 e v'_1 as

velocidades finais das partículas 0 e 1, podemos utilizar diretamente os resultados da Eq. (4) para escrever

$$v'_0 = \frac{m - m'}{m + m'} v_0 = \left(\frac{m - m'}{m + m'} \right)^2 v$$

e

$$v'_1 = \frac{2m}{m + m'} v_0 = \frac{2m(m - m')}{(m + m')^2} v.$$

A velocidade final da partícula 2 é v_1 , adquirida após a segunda colisão.

- (c) Caso haja apenas duas colisões, vimos que a partícula 1 atinge o repouso, e seu momento e energia cinética são transferidos para a partícula 2; como a partícula 0 não se envolve na segunda colisão, de modo que seu estado não se altera, na situação final tudo se processa como se a partícula 1 não existisse.
2. Como o choque é inelástico (os carros passam a se movimentar juntos após a colisão), não ocorre conservação da energia cinética. No entanto, imediatamente em torno da colisão, vale a conservação do momento. Denotando por M e v a massa do carro de luxo e sua velocidade antes da colisão, por m a massa do outro carro, e por v' a velocidade do conjunto instantaneamente após a colisão, temos

$$Mv = (M + m)v' \quad \Rightarrow \quad v' = \frac{M}{M + m}v.$$

Sob ação da força de atrito, que produz uma aceleração $-\mu g$, os carros ainda percorrem distância ℓ até pararem, de modo que

$$0 = v'^2 - 2\mu g\ell \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{M}{M + m}v \right)^2 = 2\mu g\ell$$

$$\Rightarrow \quad v = \frac{M + m}{m} \sqrt{2\mu g\ell}.$$

Adotando $M/m = 2$, $\mu = 0,6$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ e $\ell = 10,5 \text{ m}$, temos

$$v = 16,7 \text{ m/s} \simeq 60 \text{ km/h}.$$