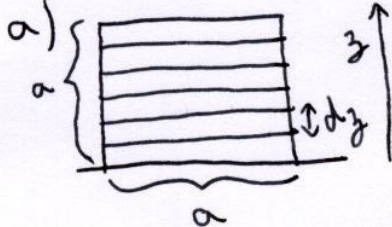


# LISTA 4 - GABARITO

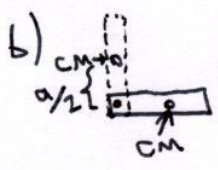
## PARTE 1 - CLASSE

- 1) a)  O momento de inércia  $dI(z)$  de uma pequena "fatia" do alçaço, com largura  $dz$ , é  $dI(z) = z^2 dm(z)$ , onde  $dm(z)$  é a quantidade de massa contida na fatia:

$dm(z) = D dz$ , onde  $D$  = densidade superficial de massa, e  $adz$  = área da fatia. Mas  $D = M / (\text{ÁREA TOTAL}) = M/a^2$ . Assim:

$$dm(z) = \frac{M}{a} dz, \text{ e } dI(z) = \frac{M}{a} z^2 dz. \text{ Logo:}$$

$$I = \int_0^a dI(z) = \frac{M}{a} \int_0^a z^2 dz = \boxed{\frac{1}{3} Ma^2}$$

- b)  Na situação inicial (alçaço aberto), o centro de massa do alçaço está a uma altura  $\frac{a}{2}$  do chão. Na situação final, o CM está à altura do chão. Assim, por conservação de energia mecânica:

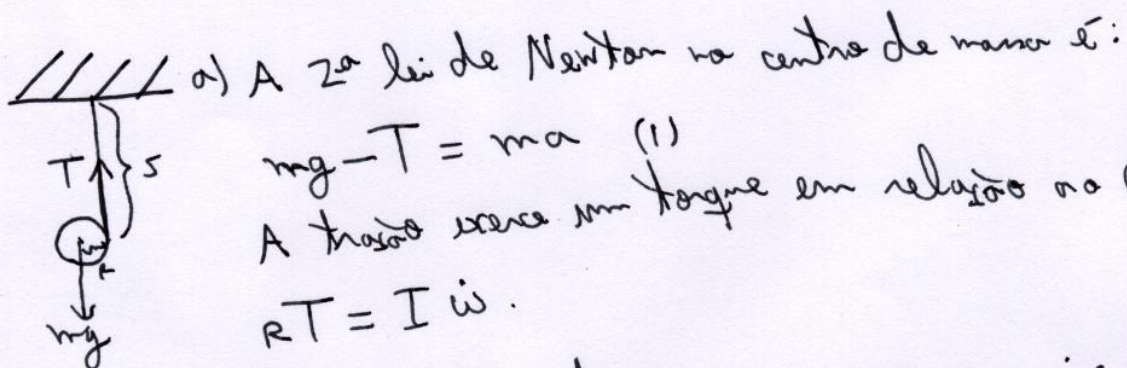
$$T = Mg \frac{a}{2}, \text{ onde } T = \text{energia cinética de rotação do alçaço}$$

$$\text{Mas, } T = \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow \frac{1}{2} I \omega^2 = Mg \frac{a}{2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{Mga}{I}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{3g}{a}}}$$



2)



a) A 2ª lei de Newton no centro de massa é:

$$mg - T = ma \quad (1)$$

A tensão exerce um torque em relação ao CM:

$$RT = I \dot{\omega}$$

Se a fita não é elástica, temos  $v = \dot{s} = \omega R \Rightarrow a = \dot{\omega} R \Rightarrow \dot{\omega} = a/R$   
Substituindo:

$$RT = I \frac{a}{R}$$

Mas, para um disco girando em torno de seu CM,  
temos  $I = \frac{1}{2} m R^2$ :

$$RT = \frac{1}{2} m R a \Rightarrow T = \frac{1}{2} m a$$

Substituindo na Eq. (1), temos:

$$mg - \frac{1}{2} m a = m a \Rightarrow g = \frac{3}{2} a \Rightarrow \boxed{a = \frac{2}{3} g}$$

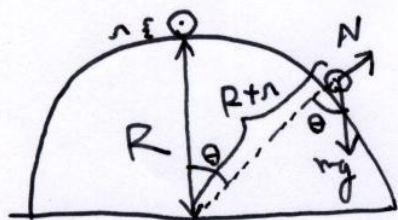
$$b) T = \frac{1}{2} m a = \frac{1}{2} m \cdot \frac{2}{3} g = \boxed{\frac{1}{3} m g}$$

c) s é simplesmente a quanto o centro de massa caiu depois de ~~ter~~ o "estalo" ter sido solto. Assim, usando a "Lei de Torricelli",  
temos:

$$a = \ddot{s} = \frac{2}{3} g \quad , \quad v^2 = 2 a s = \frac{4}{3} g s \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{4}{3} g s}}$$



3)



a) O centro de massa da bola está a uma altura  $R+r$ , no início. A energia inicial é  $mg(R+r)$ . Depois de rolar um ângulo  $\theta$  (ver figura), sua altura do

chão é  $(R+r)\cos\theta$ , e sua energia potencial é  $mg(R+r)\cos\theta$ .

A energia cinética do CM é  $\frac{1}{2}mv^2$ , e a en. cinética de rotação é  $\frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{5}mr^2\omega^2$ . Como a bola ~~está~~ rolando

sem deslizamento,  $\omega = v/r$ , e a en. cinética de rotação é:

$\frac{1}{5}mr^2 \frac{v^2}{r^2} = \frac{1}{5}mv^2$ . A lei de conservação de energia fica:

$$mg(R+r) = mg(R+r)\cos\theta + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}mv^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mg(R+r)(1-\cos\theta) = \frac{7}{10}mv^2 \quad (1)$$

A condição para que a bola perca contato com a superfície é que a normal  $N$  se anule (ver figura), o que acontece quando a projeção da força de gravidade ~~na~~ direção radial for igual à força centrípeta:

$$mg\cos\theta = \frac{mv^2}{(R+r)} \Rightarrow v^2 = g(R+r)\cos\theta. \text{ Substituindo na Eq. (1):}$$

$$mg(R+r)(1-\cos\theta) = \frac{7}{10}mg(R+r)\cos\theta$$

$$\Rightarrow 1-\cos\theta = \frac{7}{10}\cos\theta \Rightarrow \boxed{\cos\theta = 10/17}$$

$$b) v^2 = (R+r)g\cos\theta = \frac{10}{17}(R+r)g \Rightarrow$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{10}{17}(R+r)g}}$$



## PARTE II - CASA

$$1) I = \frac{1}{6} M \alpha^2$$

$$2) I = \frac{3}{10} M R^2$$

$$3) a) \omega = \frac{2mv}{MR} \quad (\text{se } m \ll M)$$

$$b) \text{ FRASÃO PERDIDA: } 1 - \frac{2m}{M}$$

$$4) h = R + \frac{3v^2}{4g}$$

$$5) a) v_f = \frac{5}{7} v_0$$

$$b) t = \frac{2v_0}{7\mu c g}$$

$$6) a) a = \frac{5}{7} g \sin \theta$$

$$b) F_{at} = \frac{2}{7} m g \sin \theta$$

$$c) t_{g\theta_m} = \frac{7}{2} \mu_e$$

$$d) \text{ NADA MUDA}$$