

2) a) Pela conservação de momento angular,

$$2mVR = 2mV'R' \Rightarrow VR = V'R'. \text{ Mas } V = \omega R:$$

$$\omega R^2 = \omega'(R')^2 \Rightarrow \boxed{\omega' = \left(\frac{R}{R'}\right)^2 \omega}$$

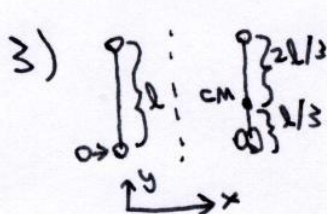
b) A quantidade de trabalho realizada é dada pela diferença entre as energias cinéticas inicial e final:

$$T_i = 2 \cdot \frac{1}{2} m V^2 = m \omega^2 R^2 \quad T_f = m (\omega')^2 (R')^2$$

$$W = T_f - T_i = m [(\omega')^2 (R')^2 - \omega^2 R^2] = m \left[\left(\frac{R}{R'}\right)^4 \omega^2 (R')^2 - \omega^2 R^2 \right]$$

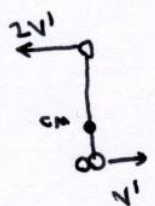
$$\Rightarrow W = m \omega^2 \left(\frac{R^4}{(R')^2} - R^2 \right) = \frac{m \omega^2}{(R')^2} (R^4 - R^2 (R')^2)$$

$$\boxed{W = m \omega^2 \left(\frac{R}{R'}\right)^2 (R^2 - (R')^2)} \quad \begin{array}{l} \text{Se } R' > R, W < 0 \\ \text{Se } R' < R, W > 0. \end{array}$$



Após a colisão, o centro de massa move-se com velocidade v_{cm} dada pela lei de conservação de momento.

$$mv = 3m v_{cm} \Rightarrow \boxed{v_{cm} = v/3}, \text{ na direção } x.$$



Depois da colisão, as duas bolas coladas giram em torno do centro de massa c/ velocidade v' (em relação a um referencial onde o CM está em repouso), e a bola de cima gira em rel. ao CM c/ vel. $2v'$, pois o CM fica a uma altura $l/3$ das duas bolas de baixo. O momento angular em rel. ao CM é:

$$L_{cm} = m \cdot (2v') \cdot \frac{2l}{3} + 2m \cdot v' \cdot \frac{l}{3} = 2mv'l.$$

Isto deve ser igual ao mom. angular em relação ao mesmo ponto antes da colisão: $L_{cm} = mv \frac{l}{3} = 2mv'l \Rightarrow v' = v/6.$

Isto corresponde a uma vel. angular ω em torno do CM de: $\omega = \frac{v'}{l/3} = \frac{v}{2l}$