

Física I - FEP111

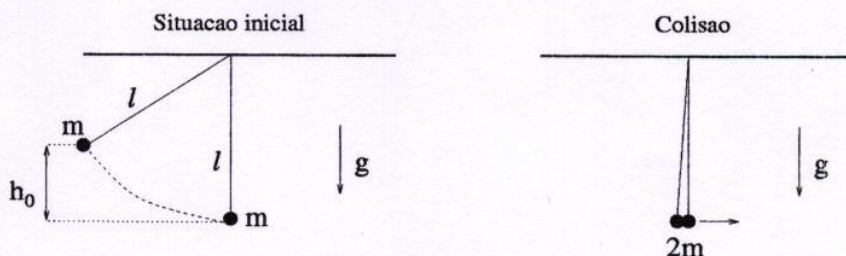
Prova 1 - Noturno: (15/10/2004)

ATENÇÃO: não é permitido o uso de calculadoras. Justifique todas as suas respostas.
Tempo de prova: 100 minutos.

NOME:

PROF:

1) Duas partículas idênticas de massa m estão suspensas por fios de massa desprezível e comprimento l de um mesmo ponto do teto, formando dois pêndulos (ver figura). Uma das partículas é solta (a partir do repouso) da posição indicada na figura, a uma altura h_0 em relação à outra partícula, deixada em repouso na posição de equilíbrio. Quando ocorre a colisão, as duas partículas "grudam", formando um objeto composto de massa $2m$. Qual a altura máxima atingida por este novo objeto, após a colisão? Despreze o tamanho das partículas, considerando-as pontuais.



Por cons. de energia, a primeira partícula chega embaixo com vel. dada por: $mgh_0 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh_0}$

Por cons. de momento, o objeto final terá velocidade v' dada por:

$$mv = 2m \cdot v' \Rightarrow v' = \frac{v}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2gh_0} = \sqrt{\frac{gh_0}{2}}$$

Por conservação de energia, o objeto alcançará uma altura h :

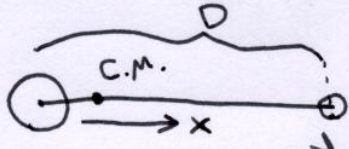
$$\frac{1}{2}(2m)(v')^2 = 2mgh \Rightarrow h = \frac{(v')^2}{2g} = \frac{gh_0/2}{2g} = \boxed{\frac{h_0}{4} = h}$$

Note que a energia não se conserva, pois a colisão é inelástica

2) Um planeta de massa M e um satélite de massa $M/10$ giram em órbitas circulares em torno do centro de massa estacionário, em virtude de sua atração gravitacional mútua. A distância entre seus centros é D .

a) Qual é o período T deste movimento?

b) Qual fração da energia cinética total está no satélite?

a)  A distância do centro de massa (C.M.) do centro do planeta é, colocando a origem do eixo x no centro do planeta:
$$x_{cm} = \frac{\frac{M}{10} \times D + M \times 0}{\frac{M}{10} + M} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{10} + 1} D = \frac{D}{11}$$

Ambos os corpos descrevem órbitas circulares com o mesmo período, pois o C.M. tem que ficar imóvel. Acharos este período calculando o período do planeta, por exemplo. Ele descreve uma órbita de raio $\frac{D}{11}$. Assim:

$$G \frac{M \cdot M/10}{D^2} = M \omega^2 \cdot \frac{D}{11} \Rightarrow \omega^2 = \frac{11}{10} \frac{GM}{D^3} = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{10}{11} \frac{D^3}{GM}}$$

b) $v_p = \text{vel. do planeta} = \omega \frac{D}{11}$ $v_s = \text{vel. do satélite} = \omega \cdot (D - \frac{D}{11}) = \frac{10}{11} \omega D$

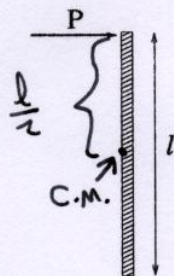
$\Rightarrow v_s = 10 v_p$, pois ω é o mesmo para os dois. Assim: (T=em. cinética)

$$T_s = \frac{1}{2} \frac{M}{10} (v_s)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{10} \cdot 100 \cdot v_p^2 = 10 \cdot \underbrace{\frac{1}{2} M v_p^2}_{=T_p} = 10 T_p.$$

2

Assim, a en. cinética do satélite é 10 vezes maior que a eneg. cinética do planeta, e a fração de energia cinética no satélite é $f = \frac{10}{10+1} = \frac{10}{11}$

3) Uma barra de comprimento l e massa m está inicialmente em repouso, horizontalmente, em um plano sem atrito. A barra então recebe um "chute" em uma de suas extremidades, que lhe transmite um momento P em uma direção perpendicular à barra (ver figura). Calcule a velocidade v do centro de massa após o chute, e a velocidade angular ω com que a barra gira em torno do centro de massa. Dado: momento de inércia da barra em relação ao centro de massa: $I = \frac{1}{12}ml^2$.



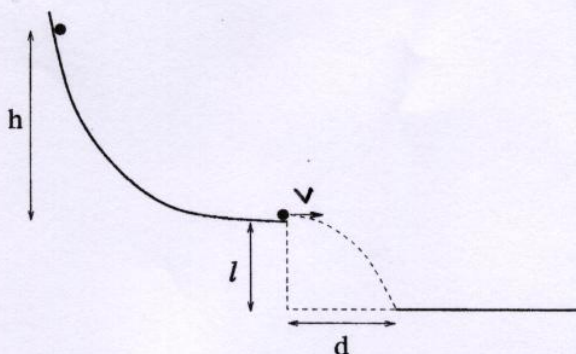
O momento ganho pela barra é \vec{P} . Assim, por conservação de momento linear: $\vec{P} = m\vec{v} \Rightarrow \boxed{\vec{v} = \vec{P}/m}$, onde \vec{v} é a vel. do centro de massa.

O impulso P corresponde a um momento angular transmitido de $P \frac{l}{2}$, em rel. ao C.M., já que \vec{P} é perpendicular à barra.

Assim: $L = \frac{1}{2}Pl$. Mas, $L = I\omega = \frac{1}{12}ml^2\omega = \frac{1}{2}Pl$

$$\Rightarrow ml\omega = 6P \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{6P}{ml}}$$

4) Uma esfera maciça de massa m e raio r é solta, a partir do repouso, de uma altura h de uma rampa, como ilustrado na figura (a altura refere-se ao centro de massa). Assuma que a esfera role sem deslizar. A rampa acaba a uma altura l em relação ao solo, sobre um abismo de largura d . Qual a altura h mínima para que a esfera consiga ultrapassar o abismo? (ver figura). Por simplicidade, considere r muito menor que h , l e d . Dado: momento de inércia da esfera: $I = \frac{2}{5}mr^2$.



Primeiro, calculamos a vel. v ~~na~~ ^{na} saída da rampa:
 Por cons. de energia, $E = mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$, usando $r \ll h, l, d$.
 Mas $I = \frac{2}{5}mr^2$, e, como a esfera rola sem deslizar, $\omega = v/r$. Assim:

$$E = mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}mv^2 = \frac{7}{10}mv^2 \Rightarrow \underline{v^2 = \frac{10}{7}gh}$$

Depois que a bola deixa a rampa, o seu C.M. move-se sob a ação da gravidade g . Ela leva um tempo T para cair a altura l :

$\frac{1}{2}gT^2 = l$ (pois a bola sai horizontalmente da rampa).

Assim, $T = \sqrt{2l/g}$. Para que a bola não caia no abismo, o deslocamento horizontal neste tempo deve ser no mínimo igual a d . Assim:

$$vT = d \Rightarrow v^2 T^2 = d^2 \Rightarrow \frac{10}{7}gh \cdot \frac{2l}{g} = d^2 \Rightarrow \boxed{h = \frac{7}{20} \frac{d^2}{l}}$$