

Aula 6 – Aceleração e momento

- Relacionar as duas componentes da aceleração com a mudança da magnitude da velocidade e da direção do movimento de um objeto
- Escrever a definição de momento
- Usar o momento de um objeto para calcular sua mudança de posição em um dado intervalo de tempo
- Calcular a taxa de variação do momento de um objeto e relacionar com mudanças em seu movimento

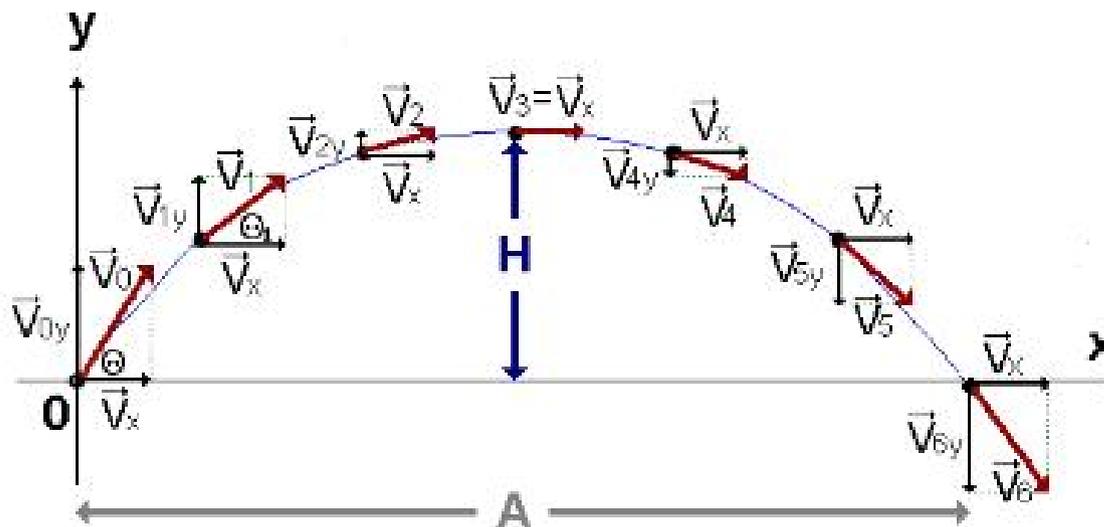
Aceleração

- Taxa de variação da velocidade:

$$\vec{a}_{med} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

- Análoga à velocidade (taxa de variação da posição).
- Pode mudar a magnitude da velocidade, a direção, ou ambas.

Ex.: g



Decomposição em componentes paralela e perpendicular

- A aceleração pode ser decomposta nas direções paralela e perpendicular ao movimento (isto é, à velocidade):

$$\vec{v} = |\vec{v}| \hat{v}$$

Módulo

Versor: direção e sentido

Regra do produto:

$$\vec{a} = \frac{d \vec{v}}{dt} = \frac{d |\vec{v}|}{dt} \hat{v} + |\vec{v}| \frac{d \hat{v}}{dt}$$

Mas de onde vem essa regra?

- Vamos supor que um vetor dependente do tempo seja escrito na forma $\vec{B} = A \hat{a}$
- Entre t e $t + \Delta t$, a variação do vetor é

$$\Delta \vec{B} = \vec{B}(t + \Delta t) - \vec{B}(t) = A(t + \Delta t) \hat{a}(t + \Delta t) - A(t) \hat{a}(t)$$

$$\Delta \vec{B} = A(t + \Delta t) \hat{a}(t + \Delta t) - A(t) \hat{a}(t + \Delta t) + A(t) \hat{a}(t + \Delta t) - A(t) \hat{a}(t)$$

$$\Delta \vec{B} = [\Delta A] \hat{a}(t + \Delta t) + A(t) [\Delta \hat{a}]$$

- Dividindo por Δt e tomando o limite em que Δt tende a zero:

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{dA}{dt} \hat{a} + A \frac{d\hat{a}}{dt}$$

Decomposição em paralela e perpendicular

- A aceleração pode ser decomposta nas direções paralela e perpendicular ao movimento:

$$\vec{v} = |\vec{v}| \hat{v}$$
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \overbrace{\frac{d|\vec{v}|}{dt} \hat{v}}^{\text{paralela}} + \overbrace{|\vec{v}| \frac{d\hat{v}}{dt}}^{\text{perpendicular}}$$

Varia o módulo

Mantém a direção

Mantém o módulo

Varia a direção

ATC-06 (parte 1): movimento circular

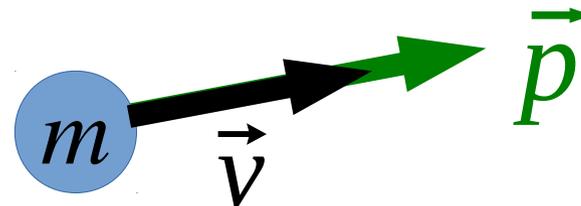
- Uma pedra atada à ponta de um barbante é posta a girar em um círculo com velocidade escalar constante. Qual é a direção da aceleração da pedra?
 - Paralela à velocidade
 - Perpendicular à velocidade
 - Perpendicular ao barbante
 - Perpendicular à velocidade escalar
 - Não é possível determinar, pode haver mais de uma componente

Momento (ou momento linear)

- “Quantidade” de movimento
- Aumenta com a massa e com a velocidade do corpo
- Para velocidades não relativísticas ($v \ll c$):

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

- É um vetor: produto de um escalar (massa) por um vetor (velocidade)



Momento (ou momento linear)

- No limite não relativístico, e para um objeto cuja massa é constante, a taxa de variação do momento é proporcional à aceleração.

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \vec{a}$$

- No caso de velocidades arbitrárias:

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Bola pesada \times bola leve

- Para duas bolas de mesma velocidade, é mais “difícil” mudar o movimento da bola pesada do que o da bola leve.
- Para mudar a direção do momento de uma bola, em que direção deve ser feita a força?
- Para mudar a magnitude do momento, em que direção deve ser feita a força?
- Que parâmetro de um objeto melhor caracteriza a dificuldade de alterar sua condição de movimento?
 - A velocidade
 - A massa
 - O momento linear

Ordens de grandeza do momento

- Pesquisar e calcular a ordem de grandeza da magnitude do momento linear (mv) dos objetos abaixo.
 - Corredor (100 m rasos):
 $mv \simeq 100 \text{ kg} \times 10 \text{ m/s} = 1000 \text{ kg m/s}$
 - Elétron de um tubo de TV (antiga)
 - Bola de tênis (saque)
 - Avião (Boeing 747-400)
 - Bola de tênis (no compartimento de bagagem do 747-400)
 - Planeta Terra (em órbita do Sol)

Movimento a partir do momento

- Uma bola de 0,5 kg é lançada rolando pelo chão, e rebate em uma parede.
- Dado o momento em função do tempo, determinem sua trajetória (desenhem na lousa, em escala – usem uma régua) e sua posição final:

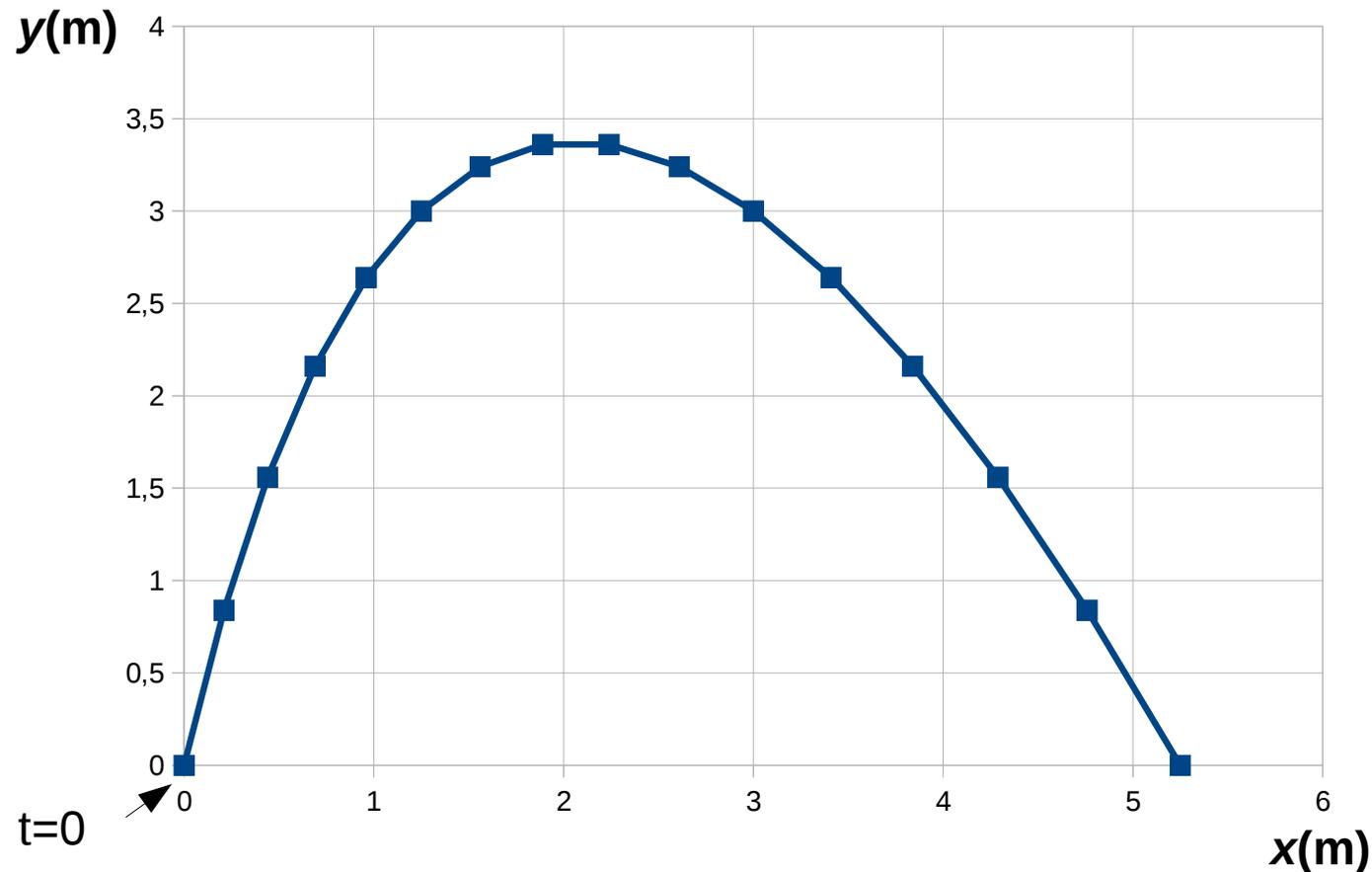
Intervalo	p_x (kgm/s)	p_y (kgm/s)
$0 < t < 3 \text{ s}$	2,0	1,0
$3 \text{ s} < t < 5 \text{ s}$	-1,8	1,0

- Determinem a variação do momento entre os instantes inicial e final e representem os vetores momento inicial, final, e a variação.

ATC-06 (parte 2)

Lançamento de um objeto

- Um objeto de massa m é lançado da superfície de um planeta desprovido de atmosfera.
- A trajetória do objeto é registrada a intervalos regulares de 0,1 s:



Momento linear do objeto

- A tabela ao lado mostra dados das componentes do momento em função do tempo.

t	p_x	p_y
0	2,0	9,0
0,1	2,2	7,8
0,4	2,8	4,2
0,8	3,6	-0,6
1,2	4,4	-5,4
1,5	5,0	-9,0

1 - Determinem a variação do momento do objeto nos seguintes intervalos:

$$0 < t < 1,5 \text{ s}$$

$$0 < t < 0,1 \text{ s}$$

$$0,4 \text{ s} < t < 0,8 \text{ s}$$

$$1,2 \text{ s} < t < 1,5 \text{ s}$$

Determinando a taxa de variação do momento

2- Façam um desenho em escala na lousa para representar os vetores momento nos instantes

$t = 0,4 \text{ s}$ e $t = 0,8 \text{ s}$,

e a variação do momento (usem uma régua) nesse intervalo.

t	p_x	p_y
0	2,0	9,0
0,1	2,2	7,8
0,4	2,8	4,2
0,8	3,6	-0,6
1,2	4,4	-5,4
1,5	5,0	-9,0

3- Determinem a taxa média de variação do momento naqueles mesmos intervalos:

$$0 < t < 1,5 \text{ s}$$

$$0 < t < 0,1 \text{ s}$$

$$0,4 \text{ s} < t < 0,8 \text{ s}$$

$$1,2 \text{ s} < t < 1,5 \text{ s}$$

Interpretando o resultado

- Reexaminando os resultados das taxas de variação do momento, o que vocês poderiam presumir?
 - Que, com certeza, ao contrário do informado, havia atmosfera nesse planeta e estava ventando.
 - Que o eixo x do equipamento que registrou o movimento estava ligeiramente inclinado com relação à horizontal do planeta.
 - Que, se o objeto tinha massa de 1 kg, a magnitude da aceleração da gravidade no planeta era de $12,17 \text{ m/s}^2$.
 - Que todas as hipóteses anteriores são estapafúrdias e nada se pode concluir dos dados fornecidos.