

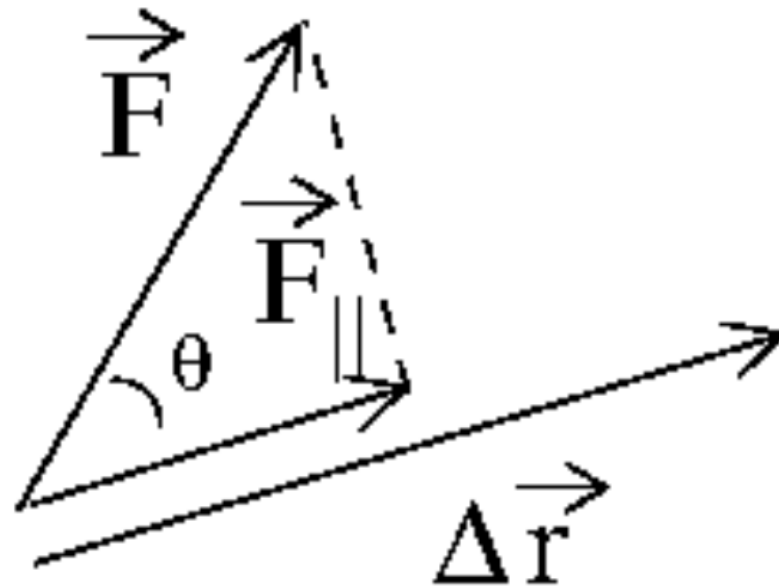
Aula 23

- Calcular o trabalho de uma força variável, incluindo em sistemas envolvendo uma mola e trabalho gravitacional em geral e pela Terra nas proximidades de sua superfície.

Trabalho

- Para uma força constante qualquer atuando ao longo de um deslocamento,

$$W = \vec{F} \bullet \Delta\vec{r} = |\vec{F}| |\Delta\vec{r}| \cos \theta = F_{\parallel} |\Delta\vec{r}|$$



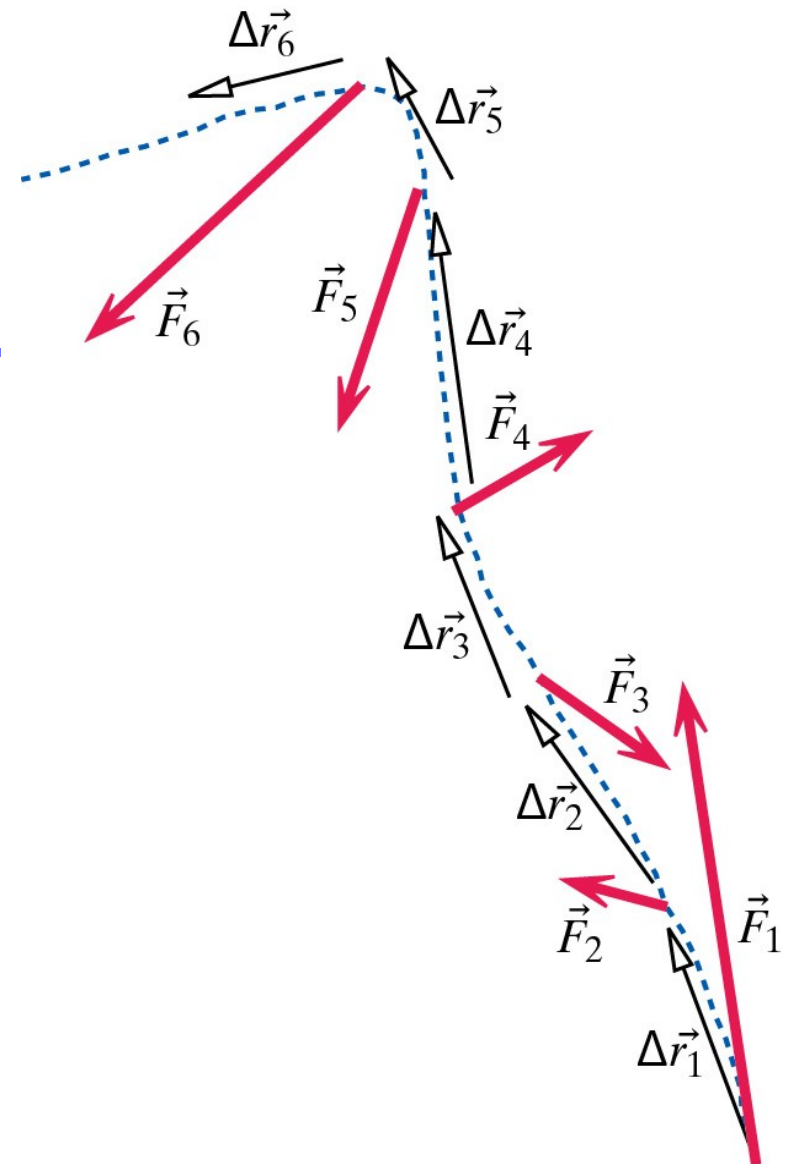
Trabalho de uma força qualquer em um deslocamento em várias etapas

- Se em cada etapa n a força é constante:

$$W = \vec{F}_1 \cdot \Delta \vec{r}_1 + \vec{F}_2 \cdot \Delta \vec{r}_2 + \vec{F}_3 \cdot \Delta \vec{r}_3 + \dots$$

- Introduzindo uma notação mais compacta:

$$W = \sum_n \vec{F}_n \cdot \Delta \vec{r}_n$$



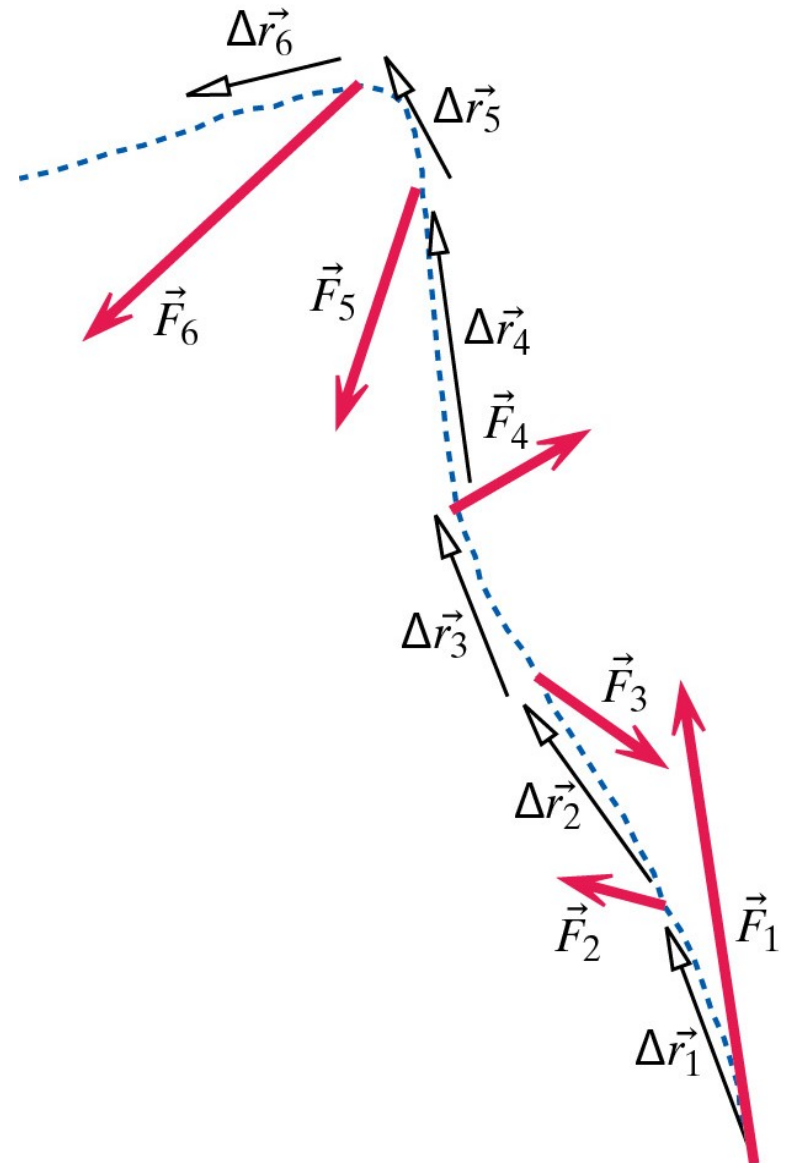
Trabalho de uma força qualquer em um deslocamento em várias etapas

- Se em cada etapa n a força é constante:

$$W = \sum_n \vec{F}_n \cdot \Delta \vec{r}_n$$

- Se o deslocamento em cada etapa se torna infinitesimal, a soma torna-se uma integral:

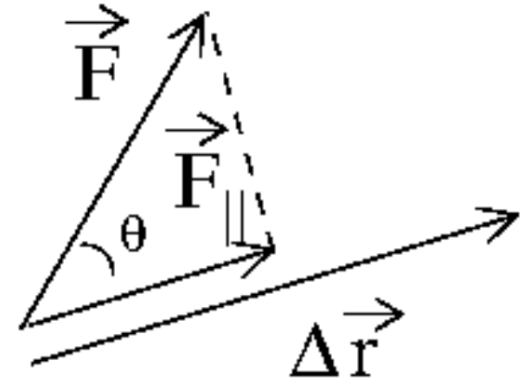
$$W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$



Trabalho de uma força variável em uma dimensão

- Eixo x ao longo do movimento:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| |\Delta \vec{r}| \cos \theta = F_{\parallel} \Delta x$$



- Se a componente paralela da força varia ao longo do deslocamento:

$$W = \sum_n \vec{F}_n \cdot \Delta \vec{r}_n = \sum_n F_{n\parallel} \Delta x_n \rightarrow \int_{x_i}^{x_f} F_{\parallel}(x) dx$$

Desafio da aula passada

- Trabalho da força elástica em uma dimensão:

$$\int_{x_i}^{x_f} F_{\parallel}(x) dx = \int_{x_A}^{x_B} (-kx) dx = -\frac{1}{2} kx^2 \Big|_{x_A}^{x_B} = \frac{1}{2} kx_A^2 - \frac{1}{2} kx_B^2$$

- Em uma dimensão, se a força depende apenas da posição, o trabalho ao longo de um “circuito fechado” é sempre nulo:



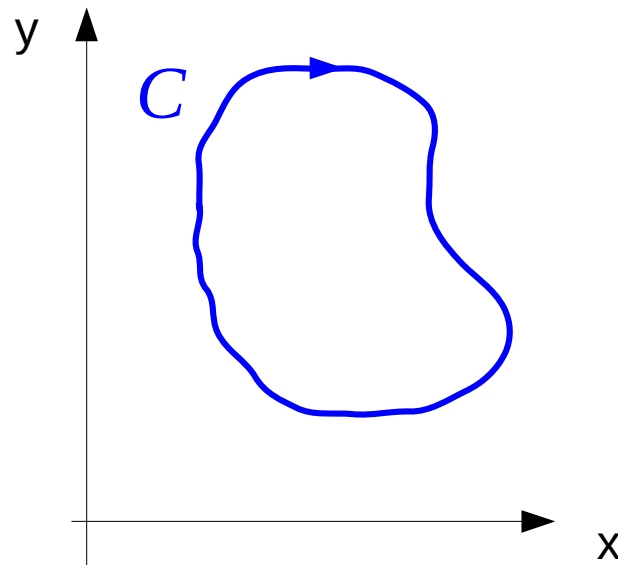
$$\begin{aligned} W &= \int_{x_A}^{x_B} F_{\parallel}(x) dx + \int_{x_B}^{x_A} F_{\parallel}(x) dx \\ &= \int_{x_A}^{x_B} F_{\parallel}(x) dx - \int_{x_A}^{x_B} F_{\parallel}(x) dx = 0 \end{aligned}$$

Obs.: circuito fechado

- Em mais de uma dimensão, o trabalho de uma força dependente somente da posição pode ser nulo ou não.

$$W_C = \oint_C \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = ?$$

Integral de linha



Conservativa $W_C = 0$

Não conservativa $W_C \neq 0$

Teorema trabalho–energia cinética

- Para uma partícula puntiforme, a aplicação de uma força resultante ao longo de um deslocamento produz uma variação na energia cinética igual ao trabalho da força resultante:

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \Delta K = W_{\text{resultante}}$$

PARTE 1

Nave à deriva

Fechamento da parte 1

#

INÍCIO DA SUA PROGRAMAÇÃO

```
deltaR = nave.p/nave.m * deltat # calcula o deslocamento  
trabalho = dot(Fres,deltaR) # calcula o trabalho da força  
trabalho_acumulado = trabalho_acumulado + trabalho # inc
```

FINAL DA SUA PROGRAMAÇÃO

#

- Substituir a “integral de linha” por uma soma é uma aproximação tanto mais grosseira quanto maior o deslocamento em cada etapa (ou seja, quanto maior o passo de tempo).
- Antes de “ultrapassar” a Terra, a componente paralela da força gravitacional é positiva; depois, negativa.

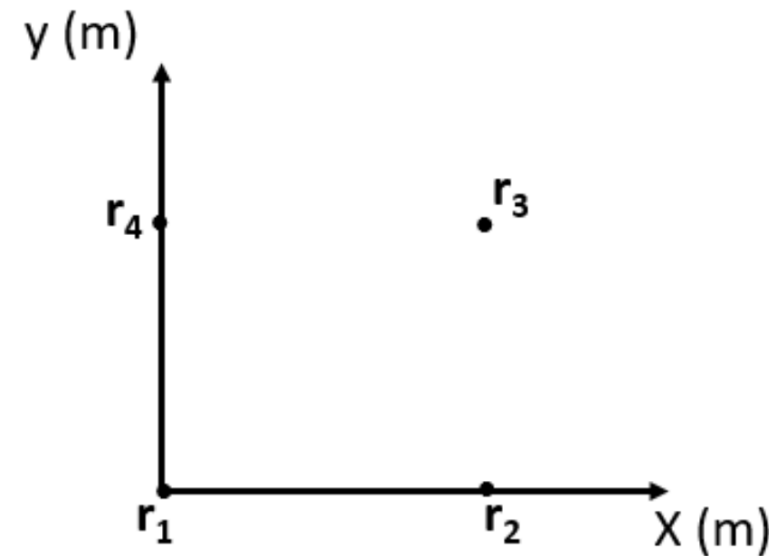
Trabalho de uma força variável 2D em um ciclo – Exemplo 1

- a) Calcule o trabalho realizado pela força $\mathbf{F}(x,y) = (Ay + 2C)\mathbf{i} + (Ax + 3B)\mathbf{j}$, agindo sobre um corpo deslocado ao longo do caminho que liga por retas os pontos $\mathbf{r}_1$ a $\mathbf{r}_2$, e daí a $\mathbf{r}_3$.
- b) Repita o cálculo para o caminho que liga por retas os pontos $\mathbf{r}_1$ a $\mathbf{r}_4$, e daí a $\mathbf{r}_3$. Compare com o resultado anterior.
- c) Qual seria o trabalho total realizado pelo caminho fechado 1-2-3-4-1?

A, B, e C são constantes.

Unidades: SI

Desenvolver na lousa!!



$$\vec{r}_1 = \langle 0; 0; 0 \rangle$$

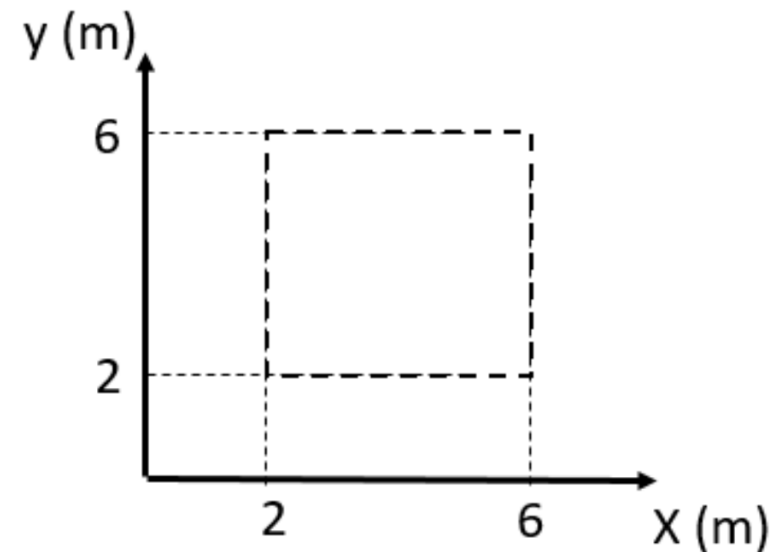
$$\vec{r}_2 = \langle 2; 0; 0 \rangle$$

$$\vec{r}_3 = \langle 2; 2; 0 \rangle$$

$$\vec{r}_4 = \langle 0; 2; 0 \rangle$$

Trabalho de uma força variável 2D em um ciclo – Exemplo 2

- a) Calculem o trabalho realizado pela força $\mathbf{F}(x,y) = 10y\mathbf{i} - 10x\mathbf{j}$, agindo sobre um corpo deslocado ao longo do caminho que liga por retas os pontos $\mathbf{r}_1$ a $\mathbf{r}_2$, e daí a $\mathbf{r}_3$.
- b) Repita o cálculo para o caminho que liga por retas os pontos $\mathbf{r}_1$ a $\mathbf{r}_4$, e daí a $\mathbf{r}_3$.
- c) Qual seria o trabalho total realizado pelo caminho fechado 1-2-3-4-1? Compare com o resultado anterior.



SI

$$\vec{r}_1 = \langle 2; 2; 0 \rangle$$

$$\vec{r}_2 = \langle 6; 2; 0 \rangle$$

$$\vec{r}_3 = \langle 6; 6; 0 \rangle$$

$$\vec{r}_4 = \langle 2; 6; 0 \rangle$$

Desenvolver na lousa!!

Teorema trabalho–energia cinética

- Para uma partícula puntiforme, a aplicação de uma força resultante ao longo de um deslocamento produz uma variação na energia cinética igual ao trabalho da força resultante:

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \Delta K = W_{\text{resultante}}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \vec{v} \cdot \vec{v} \qquad \frac{dK}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = \vec{F}_{\text{res}} \cdot \vec{v} = \vec{F}_{\text{res}} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$dK = \vec{F}_{\text{res}} \cdot d\vec{r} \qquad \Delta K = \int_i^f dK = \int_i^f \vec{F}_{\text{res}} \cdot d\vec{r} = W_{\text{res}}(i \rightarrow f)$$

Trabalho de uma força variável em 1D – Exemplo 3

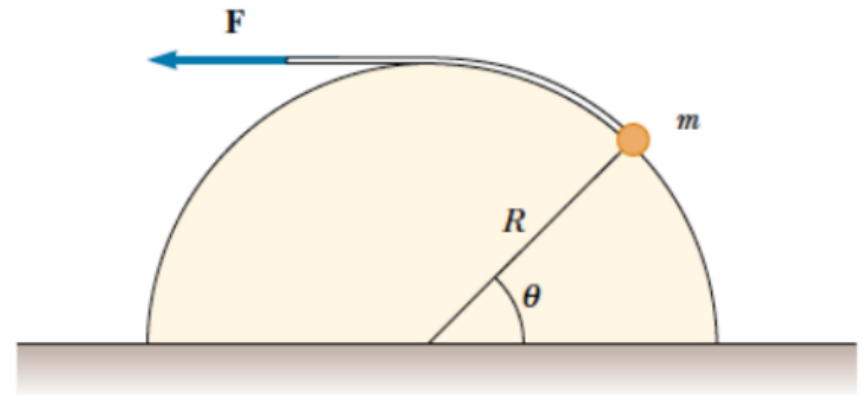
a) Um bloco preso a uma mola leve oscila sobre uma mesa horizontal, sendo importante levar em conta o atrito entre o bloco e a superfície da mesa. Considere, em uma oscilação, o deslocamento entre as posições x_i e x_f na “ida” (mola esticando), e entre x_f e x_i na “volta” (mola voltando à posição relaxada). O trabalho realizado pela mola sobre o bloco é igual na ida e na volta? O trabalho do atrito sobre o bloco é igual na ida e na volta?

b) Se o bloco, de massa m , parte com velocidade escalar v_0 da posição em que a mola está relaxada e atinge o repouso na posição em que a elongação da mola é $d > 0$, sem oscilar, sob ação também do atrito cinético (coeficiente μ), determine d . Use o teorema Trabalho- Energia Cinética:

$$\Delta K = W_{\text{res}}$$

Trabalho de uma força variável – Exemplo 4

- A figura mostra um objeto de massa m que é puxado sobre uma superfície em forma de um semicírculo de raio R , por meio de uma corda que se ajusta à superfície.
- Desprezando o atrito e admitindo velocidade escalar constante v para o objeto: (a) mostre que a magnitude da força é $F = mg \cos \theta$ (dica: decomponha as forças em componentes paralela e perpendicular); (b – **desafio**) por integração, calcule o trabalho realizado pela força $\mathbf{F}$ para levar a partícula do chão ao topo da superfície (dica: use a decomposição anterior e a variável angular θ na integração).



“Antes de sair”

Apagar lousas.

Desligar notebooks.

Outras providências de arrumação que julgar necessárias...

Não esquecer objetos (régua, canetas, cadernos, celulares...)

A equipe agradece!!