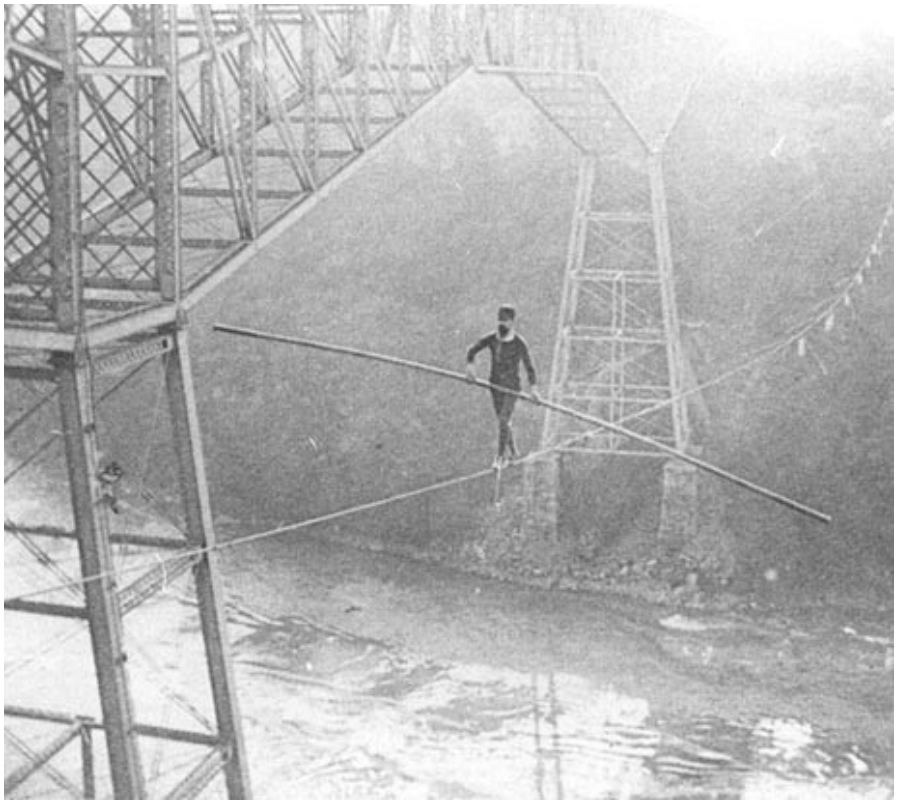
Aula 32: momento de inércia e energia de rotação

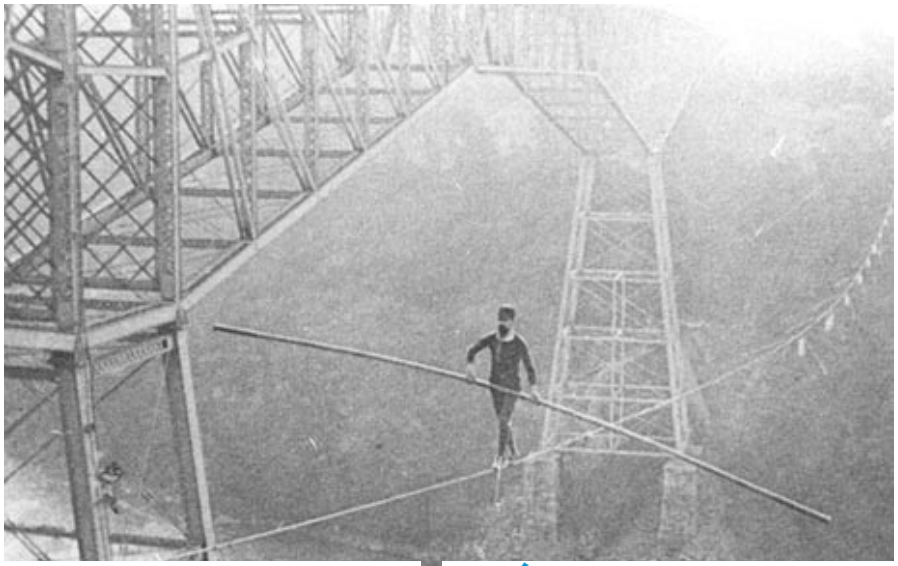
- Rever as propriedades matemáticas e implicações físicas do momento de inércia com relação a eixos distintos.
- Exercitar o cálculo do momento de inércia de formas geométricas e distribuições de massa um pouco mais complicadas.
- Praticar o uso do momento de inércia em situações envolvendo movimento rotacional.

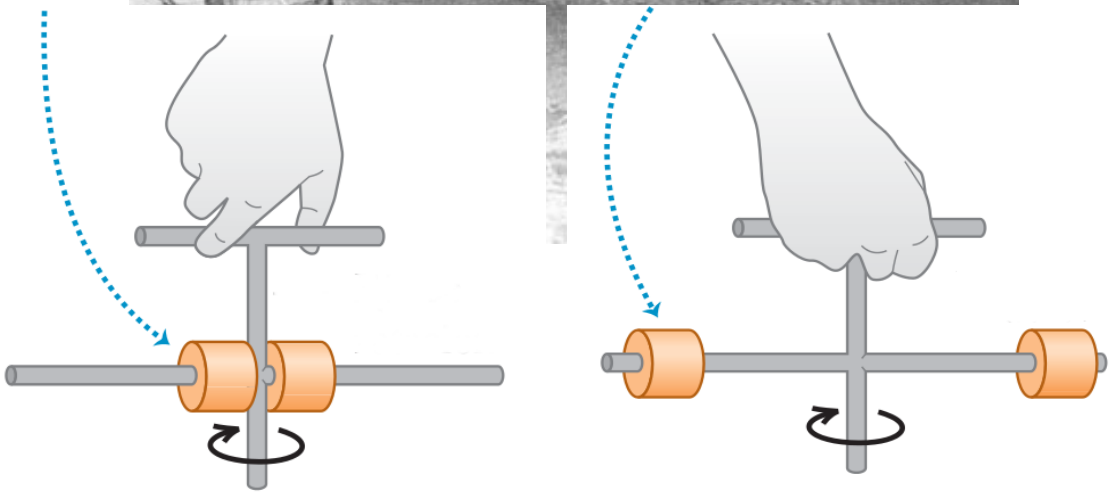
(Reforçar o que vimos na aula 31)

Momento de inércia



Momento de inércia

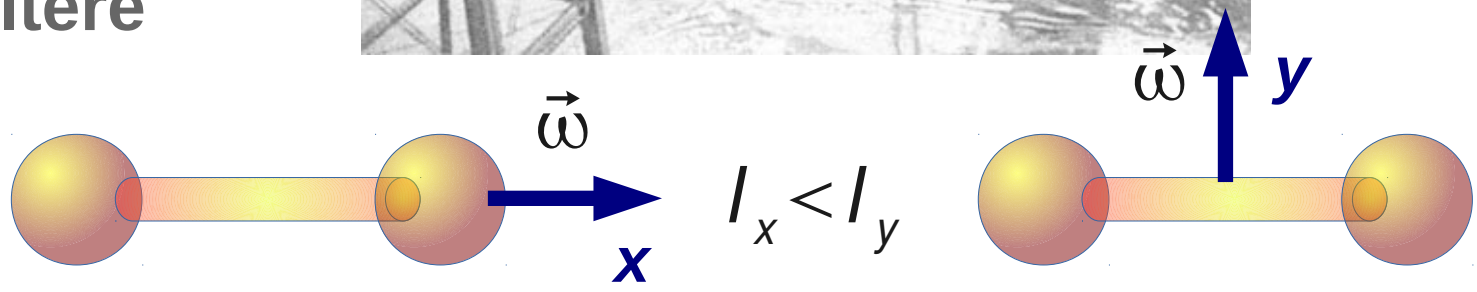




Dependência com a disposição geométrica

Momento de inércia

Haltere



Dependência com o eixo de rotação

Considere o sistema da figura abaixo. Cada uma das esferas (pequenas) têm massa 3 kg. As hastes têm massa **desprezível** e comprimentos l_1 = 4 m e l_2 = 2 m, muito maiores que o diâmetro das esferas. O momento de inércia do sistema em relação ao eixo *x* é:

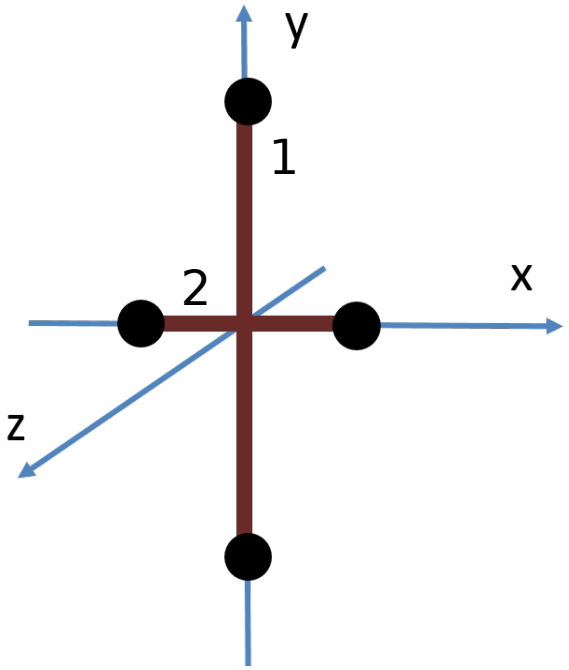
A $I = 30\ kg.m^2$

B $I = 12\ kg.m^2$

C $I = 24\ kg.m^2$

D $I = 6\ kg.m^2$

E Não sei responder



Considere o sistema da figura abaixo. Cada uma das esferas (pequenas) têm massa 3 kg. As hastes têm massa desprezível e comprimentos l_1 = 4 m e l_2 = 2 m, muito maiores que o diâmetro das esferas. O momento de inércia do sistema, em relação ao eixo *y* é:

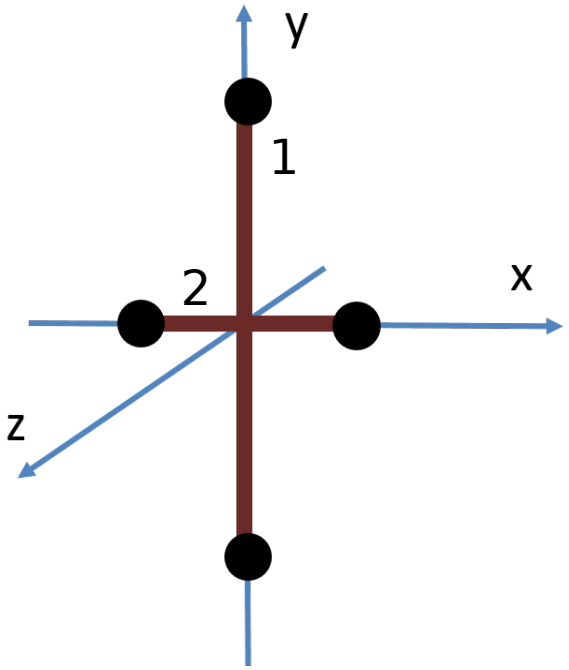
A $I = 30\ kg.m^2$

B $I = 12\ kg.m^2$

C $I = 24\ kg.m^2$

D $I = 6\ kg.m^2$

E Não sei responder



Considere o sistema da figura abaixo. Cada uma das esferas (pequenas) têm massa 3 kg. As hastes têm massa desprezível e comprimentos l_1 = 4 m e l_2 = 2 m, muito maiores que o diâmetro das esferas. O momento de inércia do sistema, em relação ao eixo *z* é:

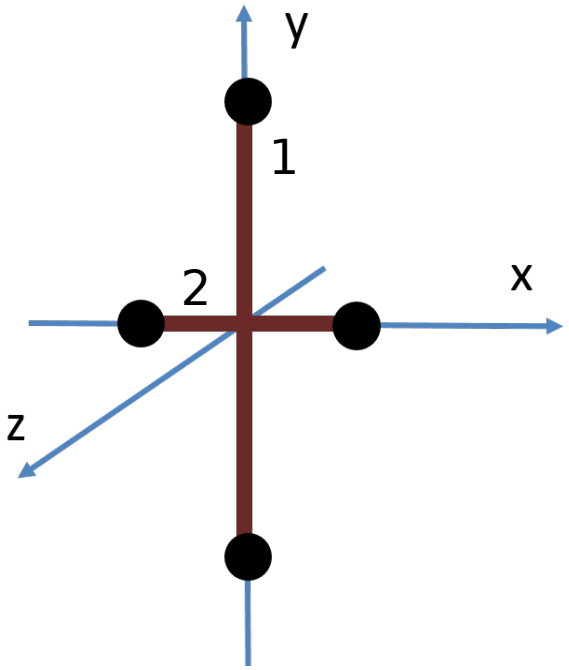
A $I = 30\ kg.m^2$

B $I = 12\ kg.m^2$

C $I = 24\ kg.m^2$

D $I = 6\ kg.m^2$

E Não sei responder



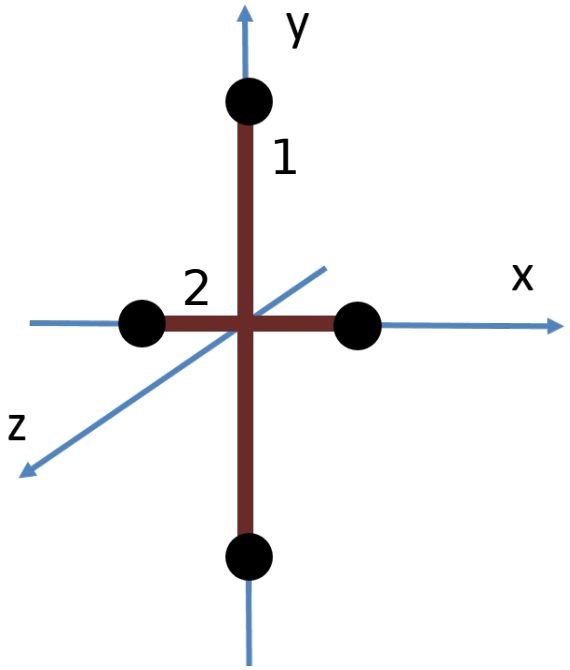
Suponha que o sistema da figura gire em torno do eixo z com velocidade escalar angular constante e igual a 5 rad/s. A velocidade escalar de cada esfera ligada à haste 1 é portanto 10 m/s e de cada esfera ligada à haste 2 é 5 m/s. Qual é a soma das energias cinéticas das partículas?

A 375 J

B 650 J

C 275 J

D Não sei responder



Esferas de 3 kg

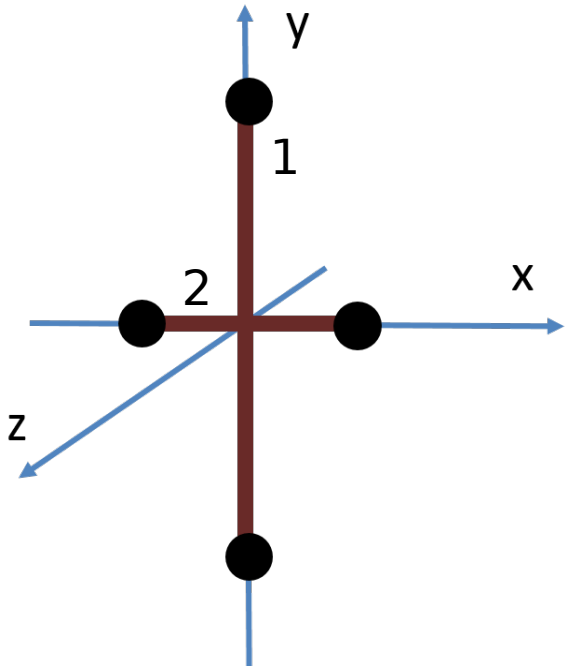
Suponha que o sistema da figura gire em torno do eixo z com velocidade escalar angular constante e igual a 5 rad/s. A velocidade escalar de cada esfera ligada à haste 1 é portanto 10 m/s e de cada esfera ligada à haste 2 é 5 m/s. Qual a energia cinética de rotação do conjunto? Qual a energia cinética total?

A 375 J e 375 J

B 0 J e 375 J

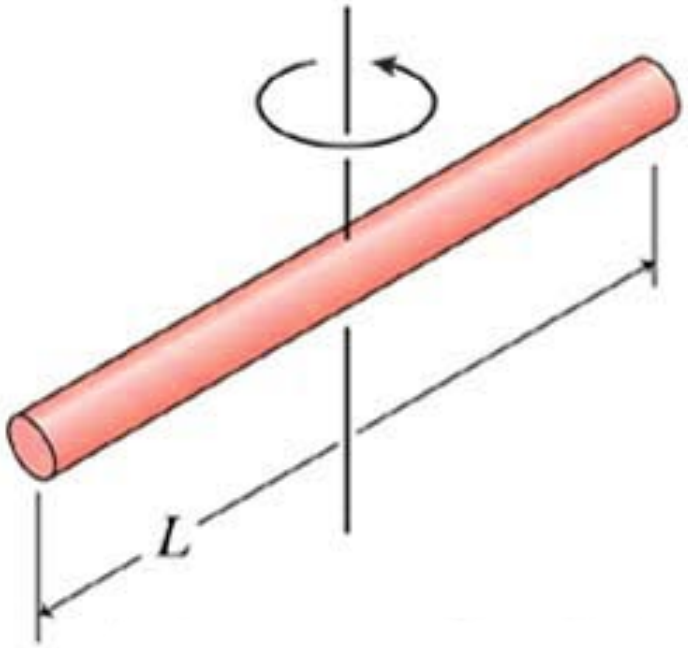
C 375 J e 0 J

D 375 J e 750 J



Esferas de 3 kg

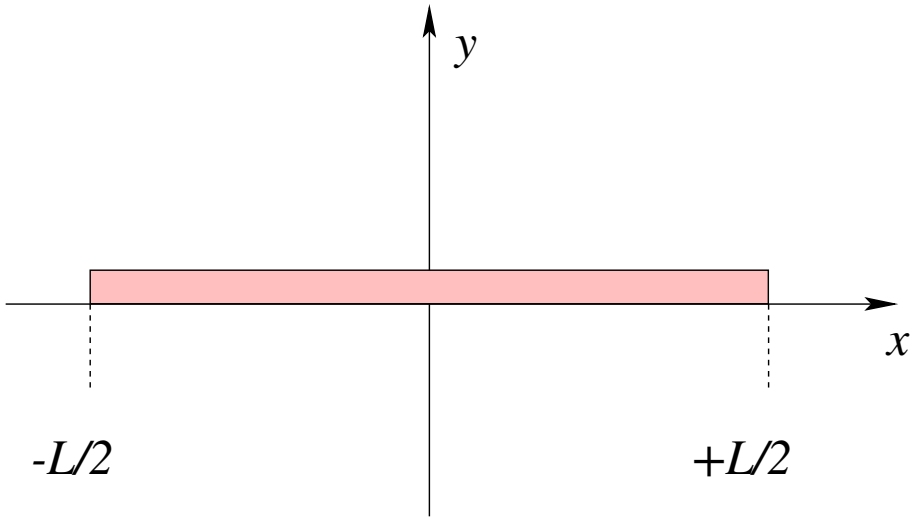
Momento de inércia de um bastão muito fino, em torno de um eixo perpendicular que passa pelo CM

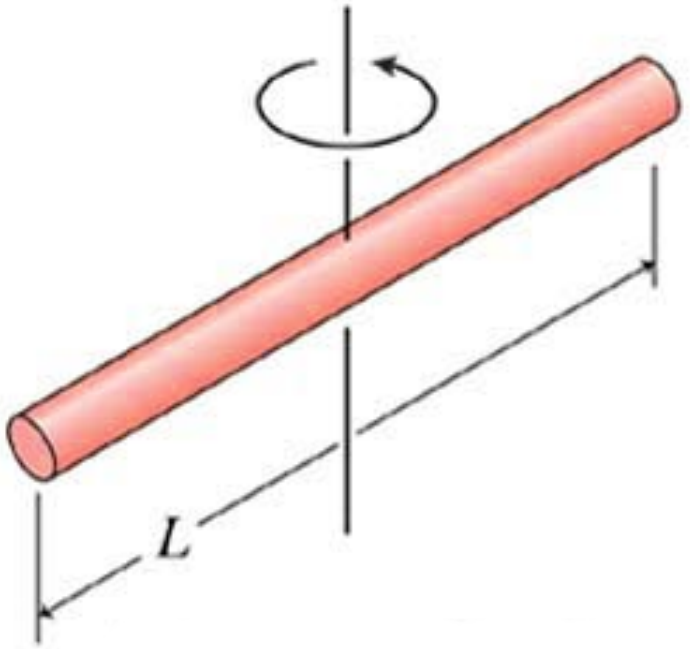


Aquecimento: CM de um bastão muito fino

Situação para a qual já sabemos a resposta: CM na origem!

$$dm = \mu\, dx = \frac{M}{L}\, dx$$



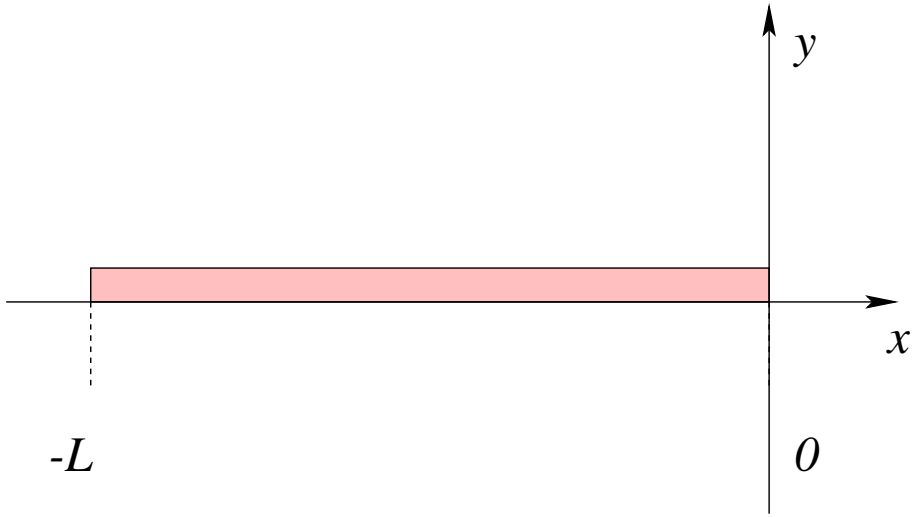


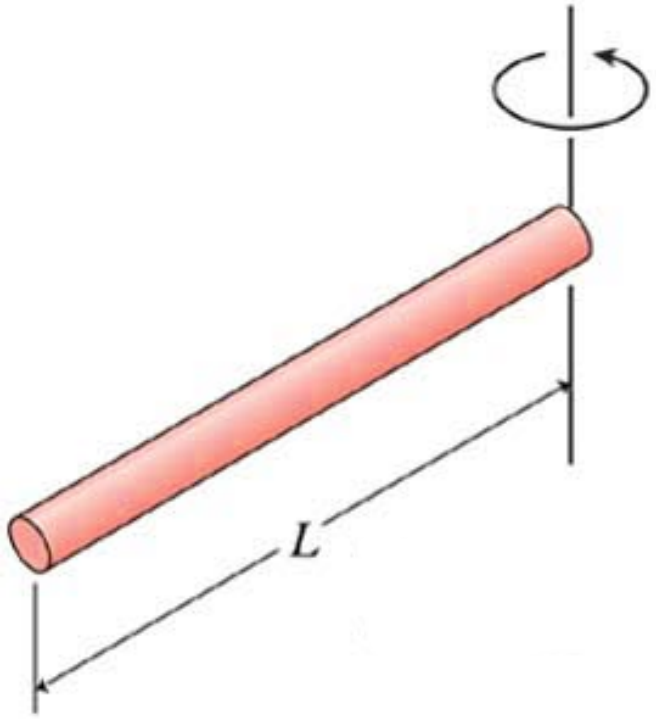
$$X_{CM} = \frac{1}{M}\int x\, dm = \frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2} x\, dx = \frac{1}{L}\,\frac{x^2}{2}\Big|_{-L/2}^{L/2} = 0$$

Aquecimento: CM de um bastão muito fino

Situação para a qual já sabemos a resposta: CM em -$L/2$!

$$dm = \mu\, dx = \frac{M}{L}\, dx$$

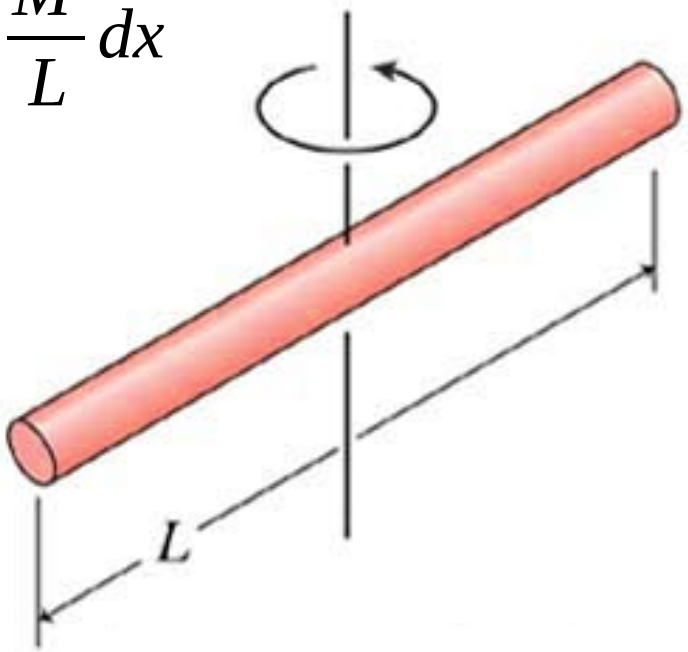




$$X_{CM} = \frac{1}{M}\int x\, dm = \frac{1}{L}\int_{-L}^{0} x\, dx = \frac{1}{L}\,\frac{x^2}{2}\Big|_{-L}^{0} = -\frac{L}{2}$$

Momento de inércia de um bastão muito fino, em torno de um eixo perpendicular que passa pelo CM

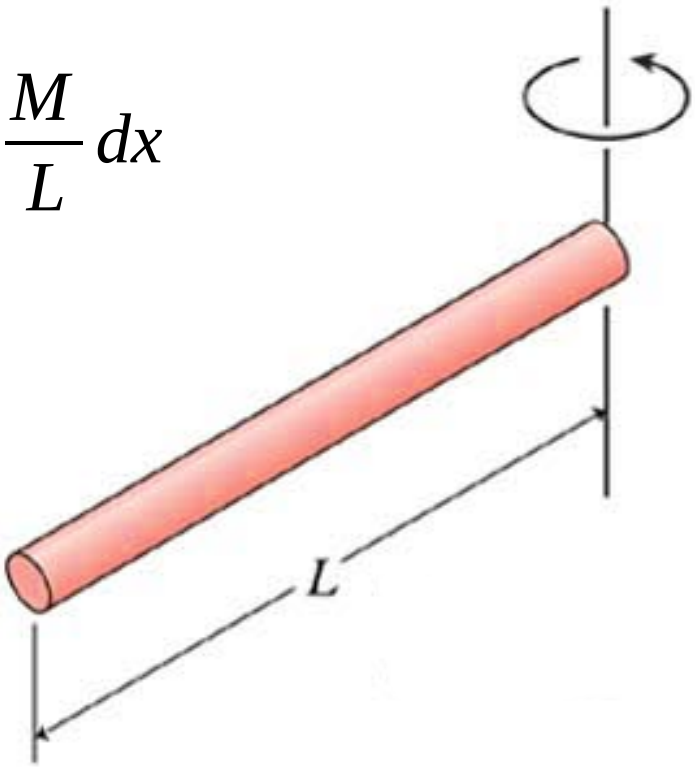
$$dm = \mu\, dx = \frac{M}{L}\, dx$$



$$I_{CM} = \int x^2\, dm = \frac{M}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x^2\, dx$$

Momento de inércia de um bastão muito fino, em torno de um eixo perpendicular que passa pela borda

$$dm = \mu\, dx = \frac{M}{L}\, dx$$

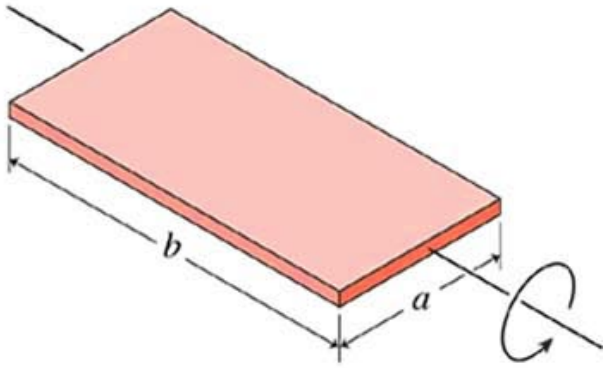


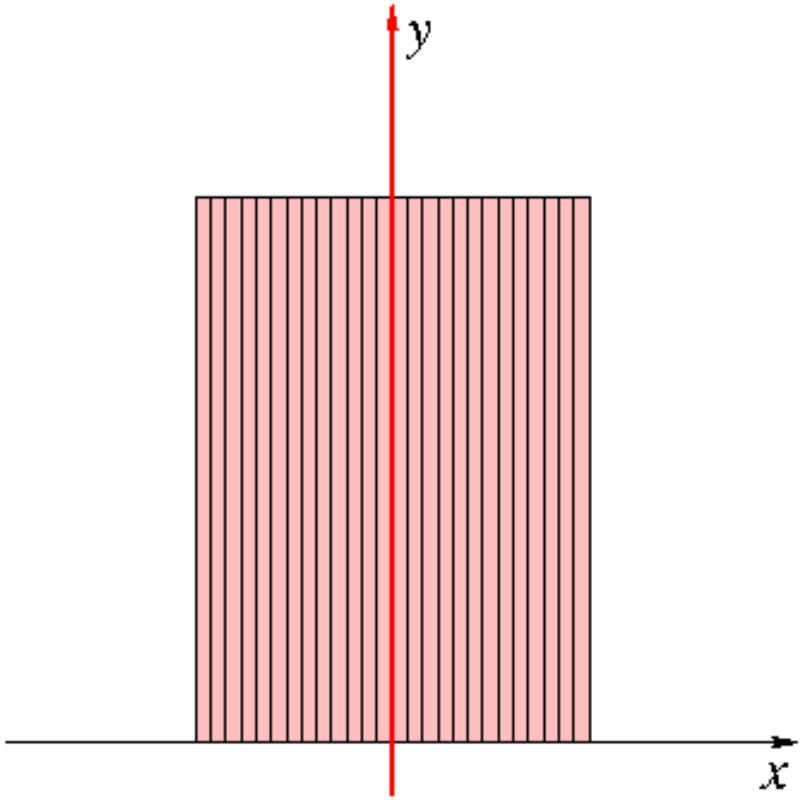
$$I_O = \int x^2\, dm = \frac{M}{L} \int_{-L}^{0} x^2\, dx$$

Comparem com o resultado anterior e o “teorema dos eixos paralelos”

Momento de inércia de uma porta, em torno de um eixo paralelo que passa pelo CM

$$dm = \sigma\, dx\, dy = \frac{M}{ab}\, dx\, dy$$

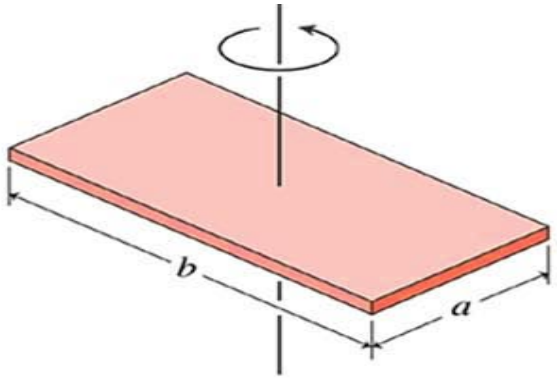


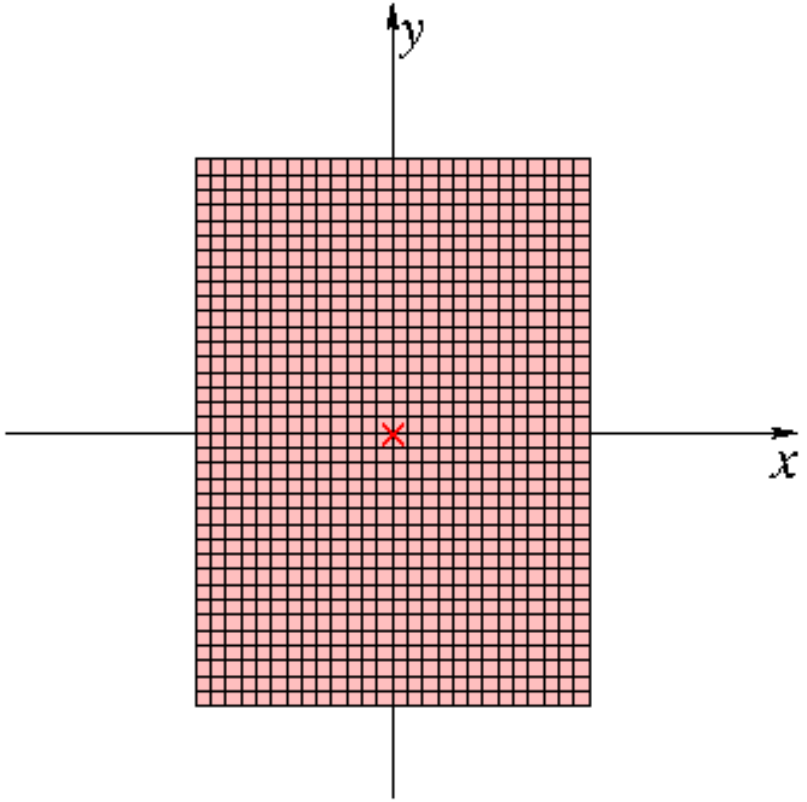


$$I_{CM} = \int r^2\, dm = \frac{M}{ab} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{0}^{b} x^2\, dx\, dy$$

Momento de inércia de uma porta, em torno de um eixo perpendicular que passa pelo CM

$$dm = \sigma\, dx\, dy = \frac{M}{ab}\, dx\, dy$$



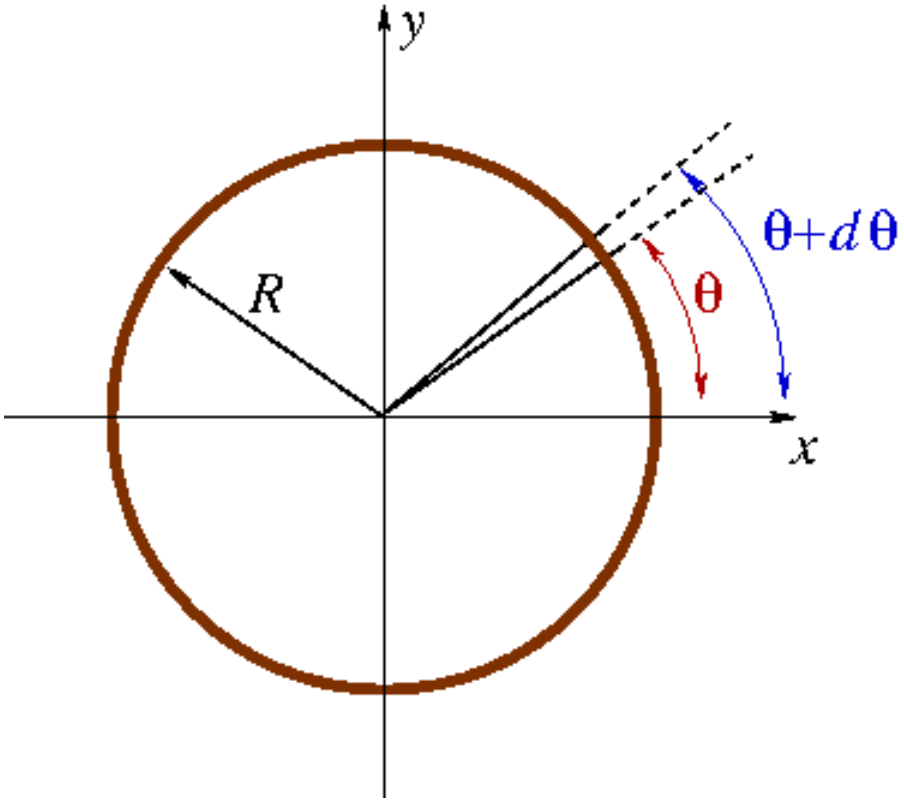


$$I_{CM} = \int r^2\, dm = \frac{M}{ab} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \left(x^2 + y^2\right) dx\, dy$$

Momento de inércia de um aro muito fino, em torno de um eixo perpendicular que passa pelo CM

$$dm = \mu R\, d\theta = \frac{M}{2\pi R} R\, d\theta$$

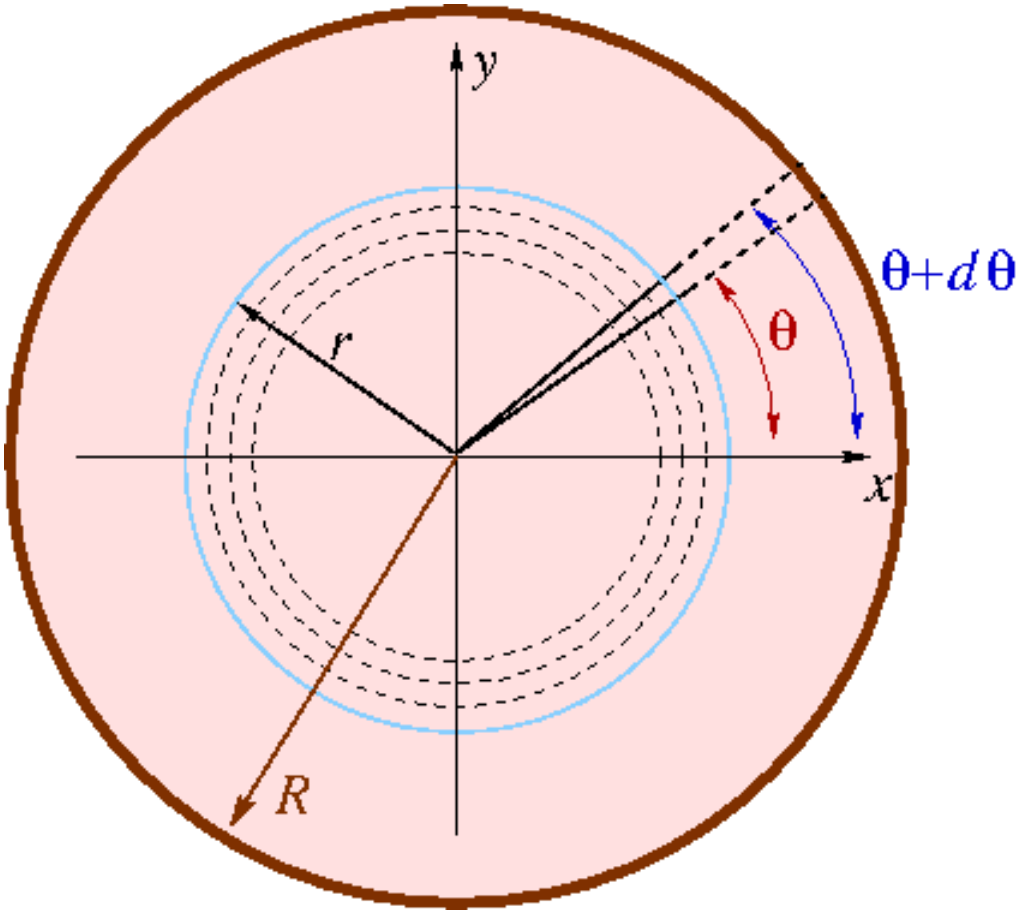
$$dm = \frac{M}{2\pi} d\theta$$



$$I_{CM} = \int R^2\, dm = \frac{M}{2\pi} \int_0^{2\pi} R^2\, d\theta = MR^2$$

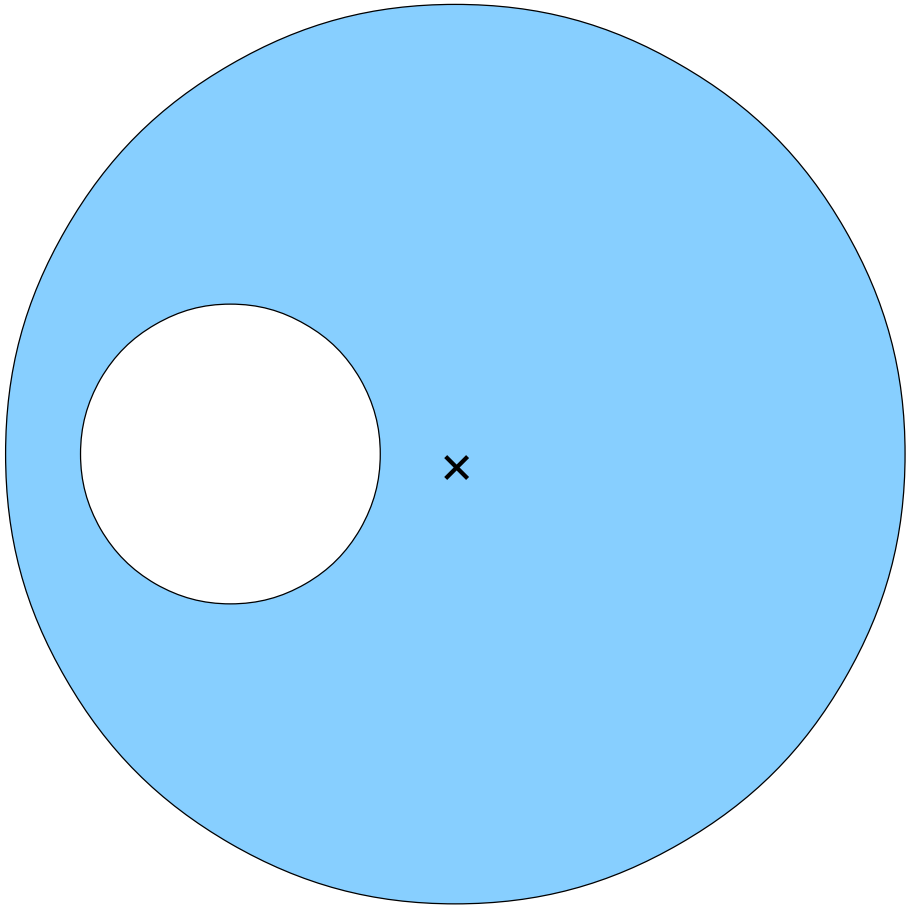
Momento de inércia de um disco, em torno de um eixo perpendicular que passa pelo CM

$$dm = \sigma\, r\, dr\, d\theta = \frac{M}{\pi R^2} r\, dr\, d\theta$$



$$I_{CM} = \int r^2\, dm = \frac{M}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R r^3\, dr\, d\theta$$

Momento de inércia de uma placa furada, em torno de um eixo perpendicular que passa pelo centro geométrico



Como fica???