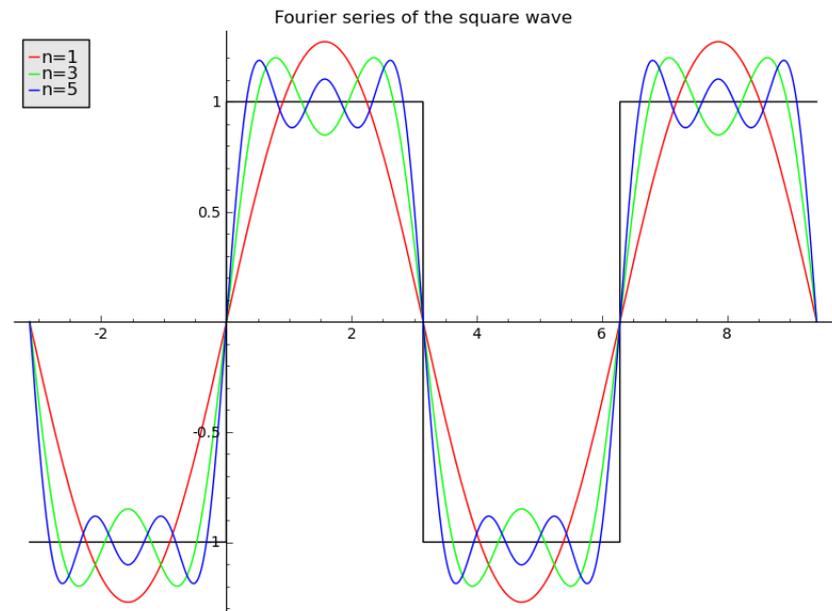
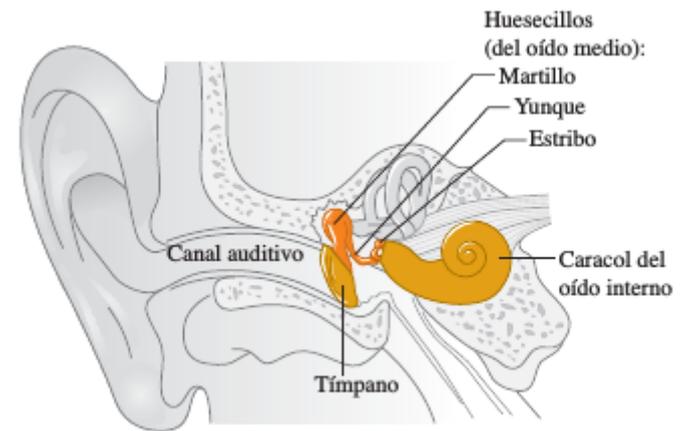


Aula 19

Som e série de Fourier

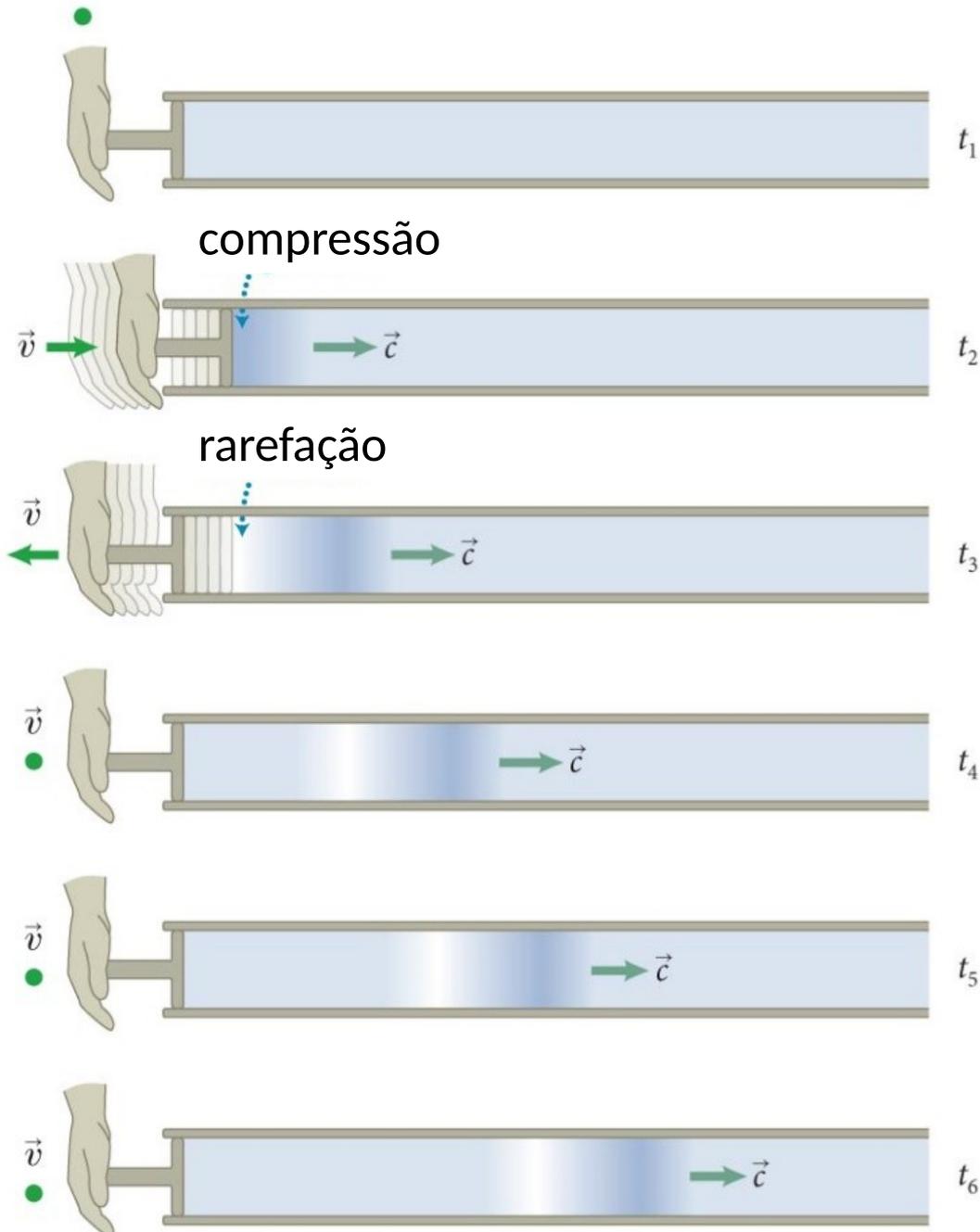


O que é o som?

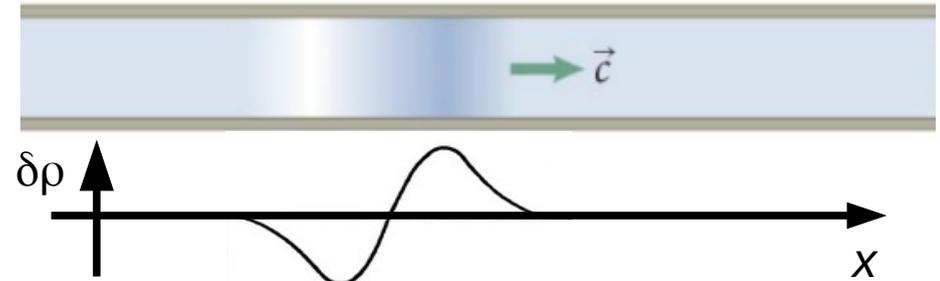


- O ouvido humano pode detectar ondas longitudinais com frequências mais ou menos entre 20 Hz e 20 kHz.
- Essas ondas (que podem se propagar em qualquer material, sólido, líquido ou gasoso) são chamadas ondas sonoras.
- A velocidade do som depende do meio (no sólido já vimos como ela está relacionada com o módulo de Young); em um gás ela depende, entre outras coisas, da temperatura.

Movimentos de um pistão para frente e para trás criam um pulso de pressão no ar (onda longitudinal)



Representação do pulso:
deslocamento da densidade em
relação ao valor de equilíbrio



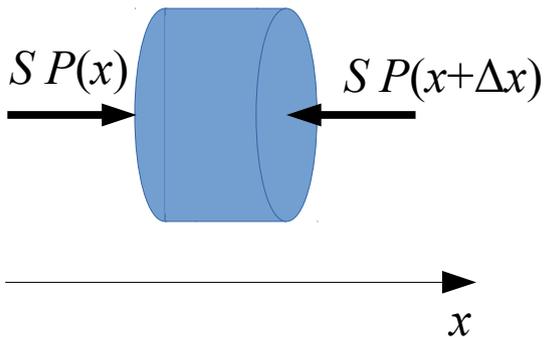
Velocidade do som:

- ~ 340 m/s (ar)
- ~ 1500 m/s (água)
- ~ 5000 m/s (aço)

Ondas sonoras em um gás: pressão p versus deslocamento y

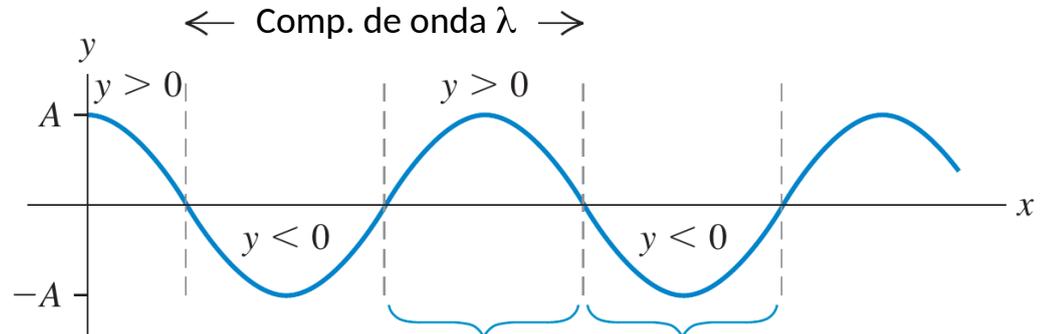
Em um instante t dado, sendo P_0 a pressão no equilíbrio:

$$P(x) = p(x) + P_0$$



Pressão crescente significa densidade crescente; pressão decrescente, densidade decrescente.

Um gráfico do deslocamento y contra a posição x em $t = 0$

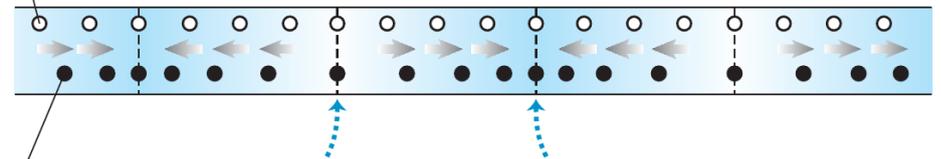


Se $y > 0$, partículas são deslocadas para a direita

Se $y < 0$, partículas são deslocadas para a esquerda

Partículas não deslocadas

Um esquema mostrando o deslocamento de partículas no fluido em $t = 0$

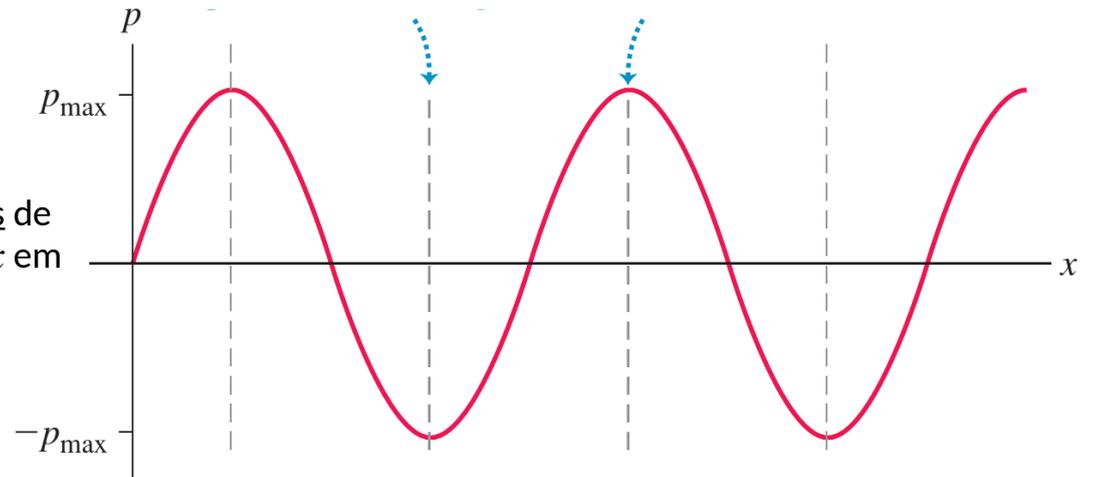


Partículas deslocadas

Rarefação: partículas se afastam; desvio de pressão é mais negativo

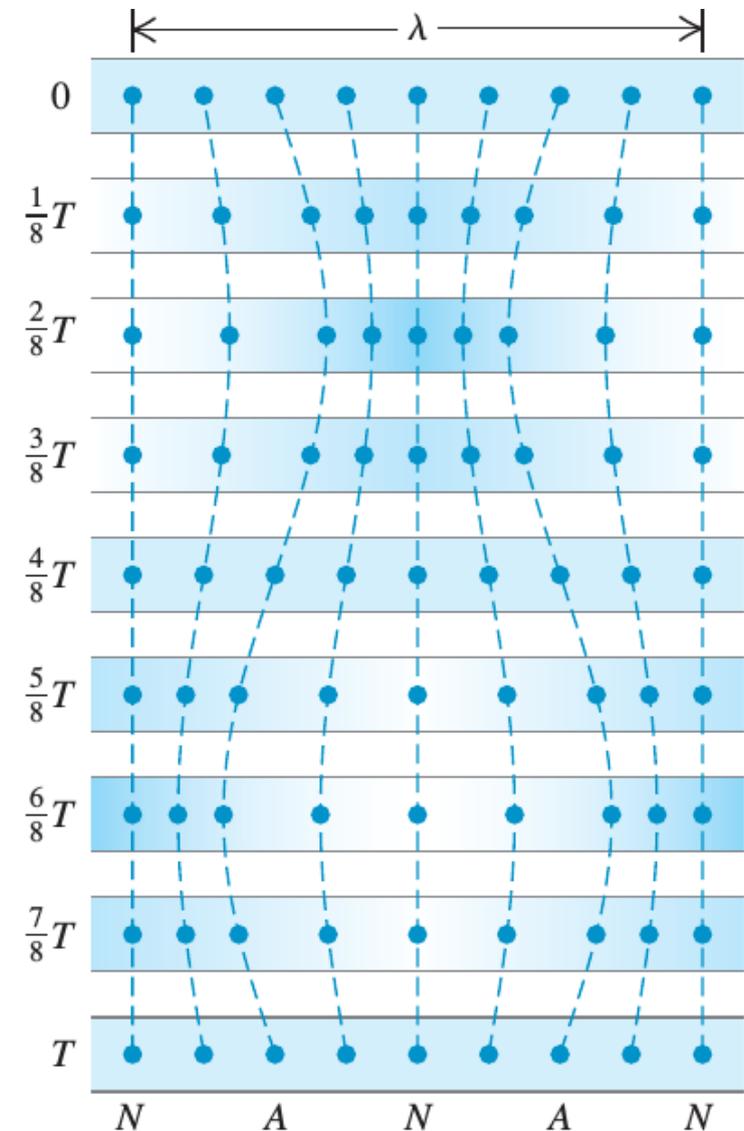
Compressão: partículas se acumulam; desvio de pressão é mais positivo

Um gráfico dos desvios de pressão em função de x em $t = 0$



Ondas sonoras em um gás: pressão p versus deslocamento y

- Um nó de deslocamento é um antinó de pressão: lá ocorrem as maiores variações de densidade.
- Um antinó de deslocamento é um nó de pressão: lá ocorrem as menores variações de densidade.

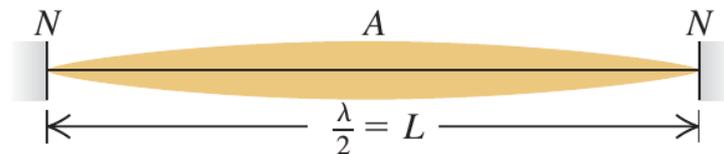


N = um nó de deslocamento = um antinó de pressão
 A = um nó de pressão = um antinó de deslocamento

Qual a diferença entre música e ruído?

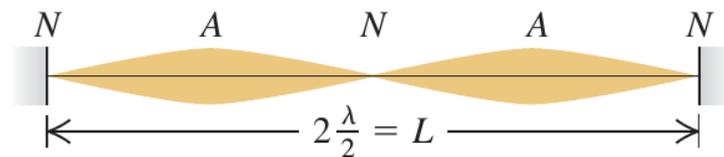
Nota musical = senoide (f_1) + senoide (f_2) + senoide (f_3) + ...

(a) $n = 1$: frequência fundamental, f_1

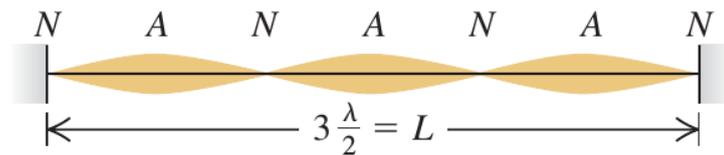


Frequências: $f_n = n f_1$

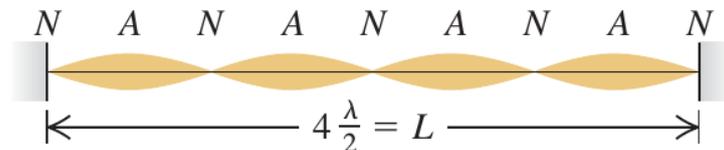
(b) $n = 2$: segundo harmônico, f_2 (primeiro sobretom)



(c) $n = 3$: terceiro harmônico, f_3 (segundo sobretom)



(d) $n = 4$: quarto harmônico, f_4 (terceiro sobretom)



Define a nota
= primeiro harmônico

Frequências:

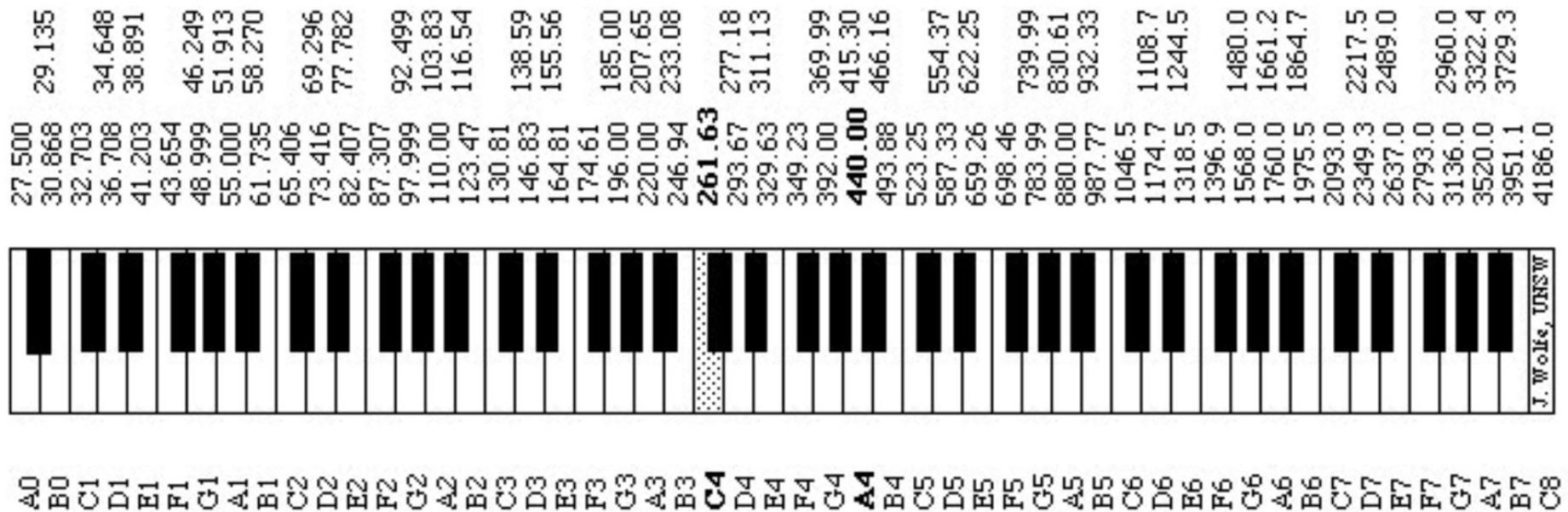
$$f_n = \frac{v}{\lambda_n}$$

Exemplo:
som produzido
por uma
corda fixa
nos extremos

Música ocidental: 12 notas

Temos uma oitava sempre que o quociente entre as frequências for igual a 2.

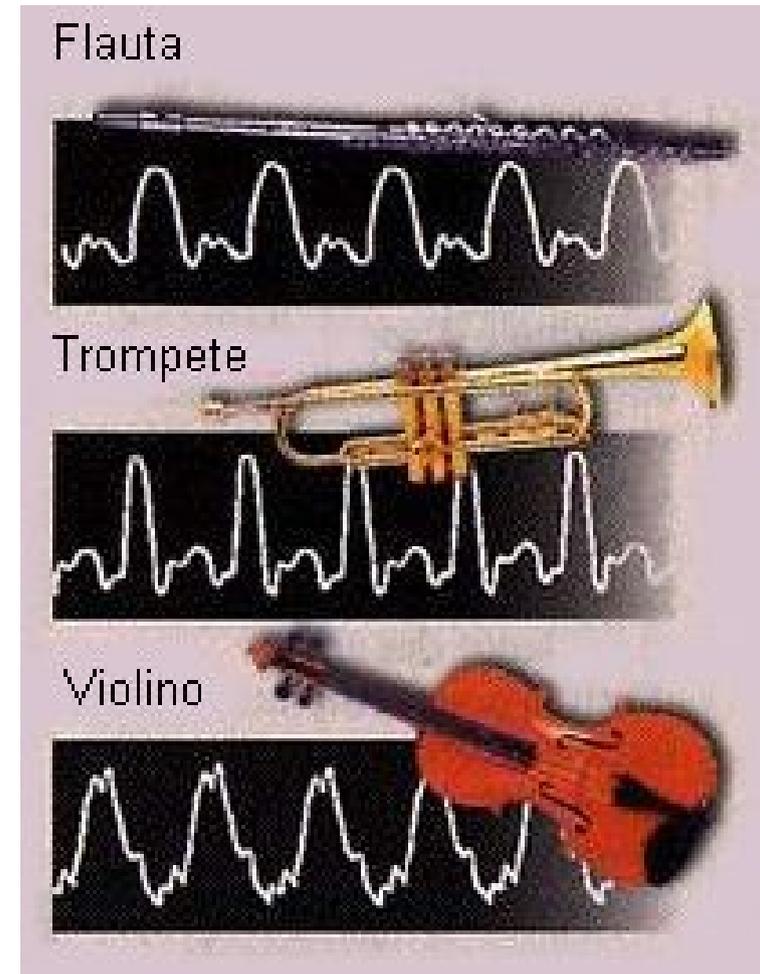
Escala temperada



Cada semitom corresponde a um aumento de frequência de $2^{\frac{1}{12}} \approx 1,0595$

Timbre

- O som pode ser representado pela soma de diversas ondas individuais (componentes de Fourier).
- O resultado acústico da combinação de amplitudes de cada um dos harmônicos presentes no som resultante produz a forma sonora peculiar de cada instrumento, conhecida como **timbre**.
- O timbre depende da forma de excitação do ar e do tipo de material de que é feito o instrumento.

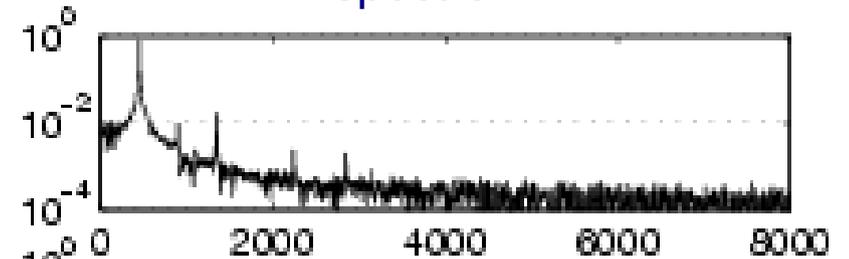
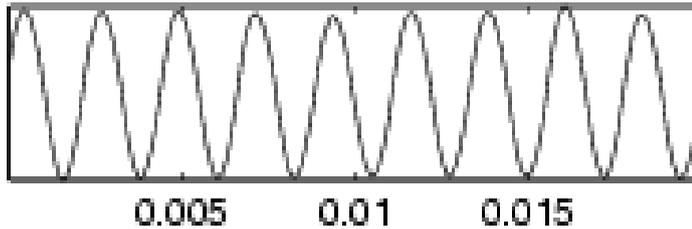


Timbre

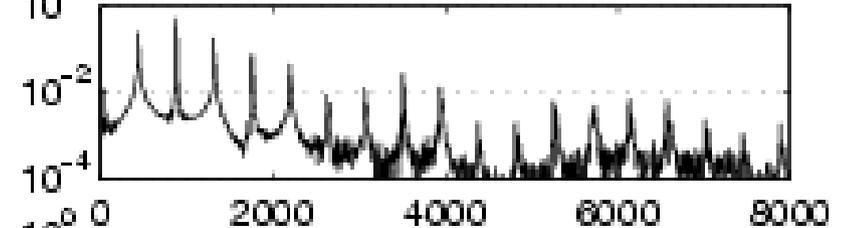
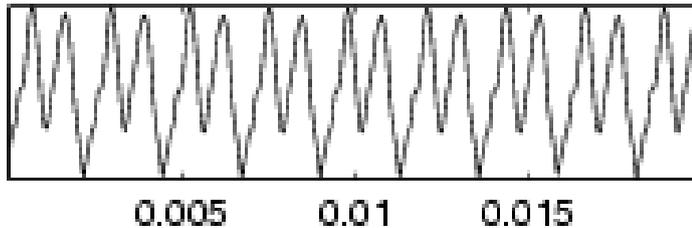
Forma de onda

Espectro

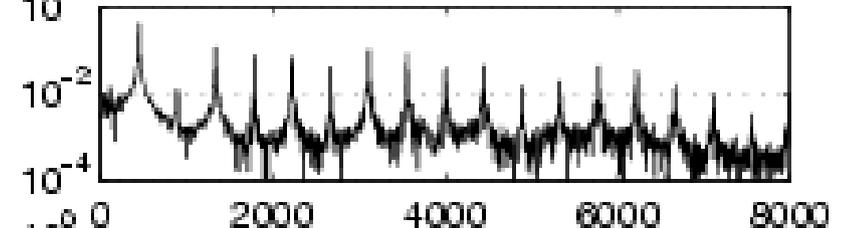
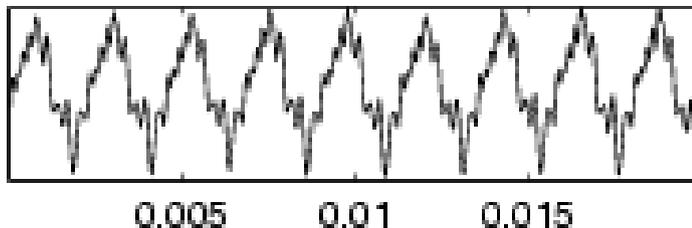
diapasão



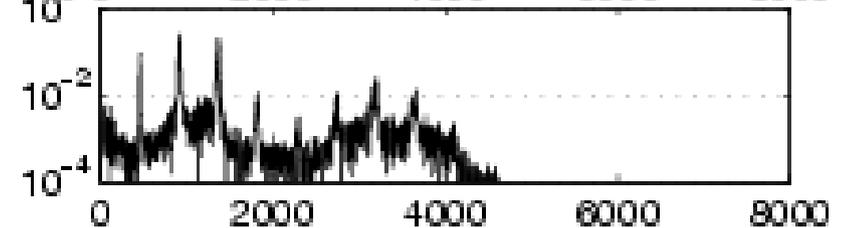
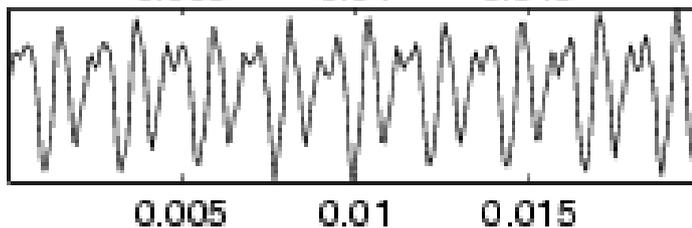
flauta



violino



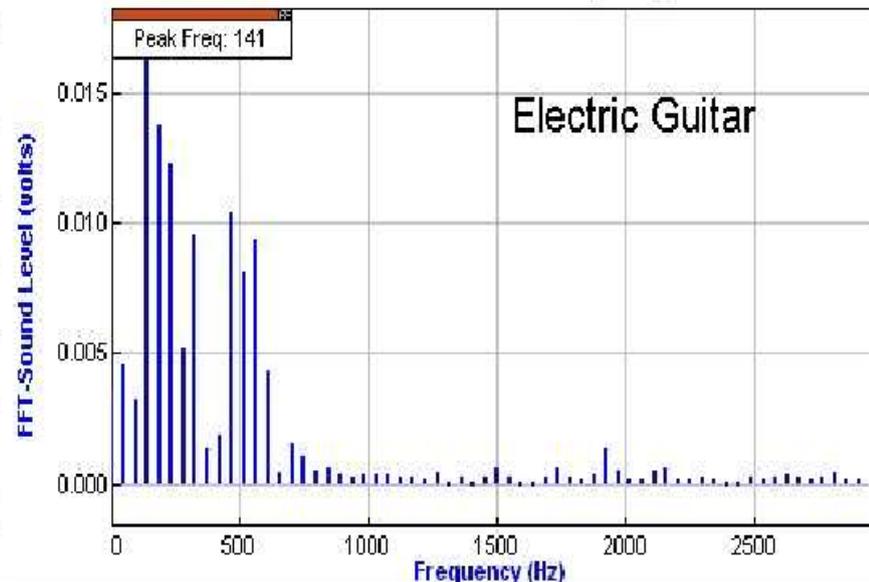
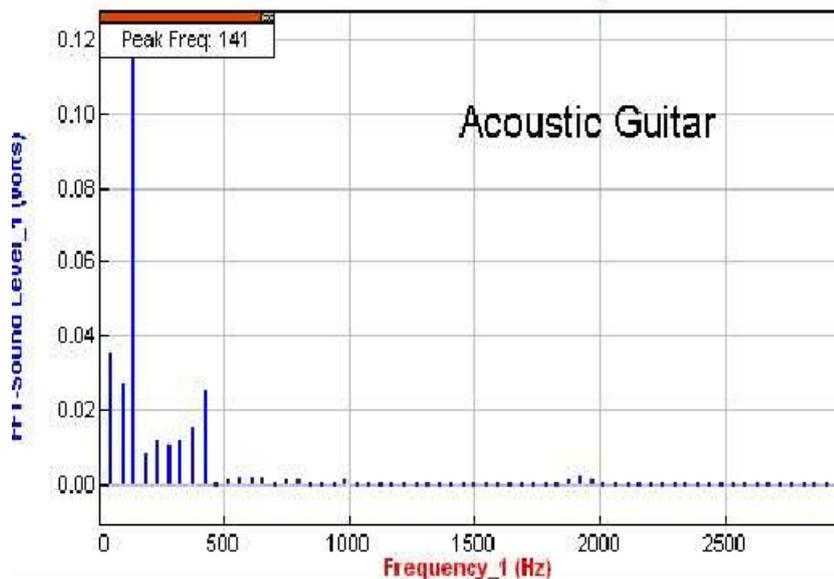
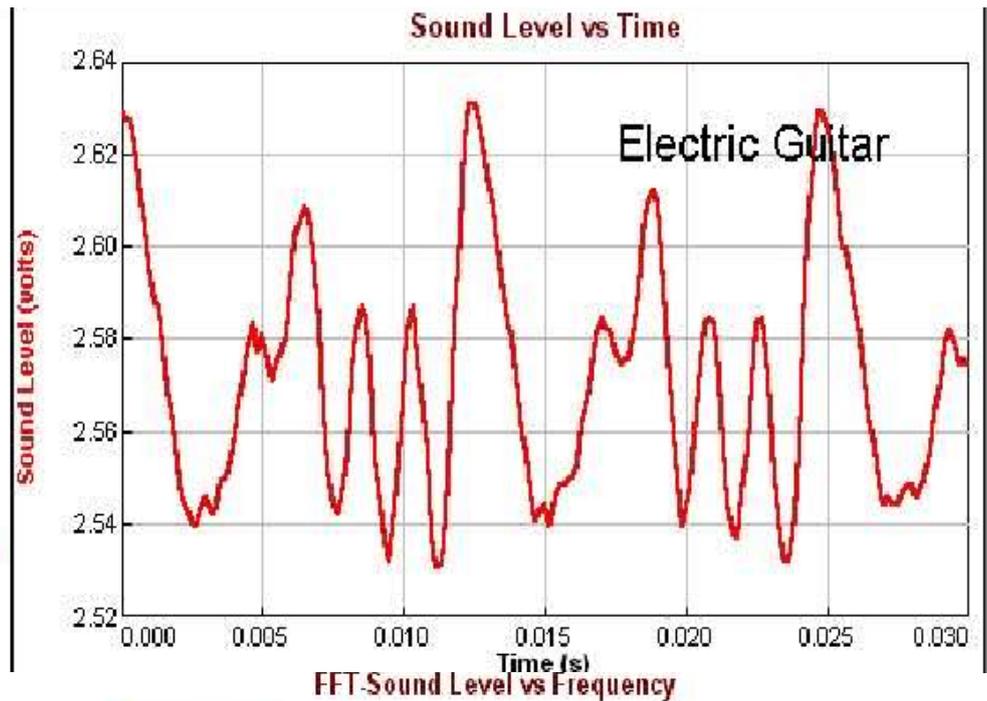
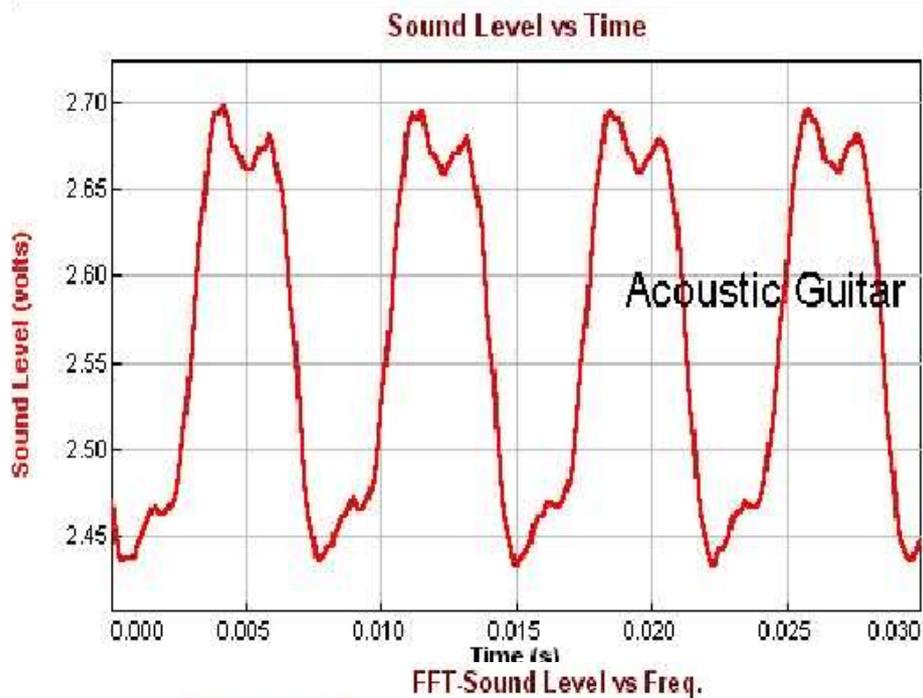
cantora



Tempo em segundos

Frequência em Hz

Análise de Fourier



Análise de Fourier

- Série de Fourier: $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda_1} nx\right)$

(corda fixa em $x=0$ e $x=L$)

- Amplitudes (=componentes – representação da função f): A_n

- Determinação das amplitudes:

$$A_n = \frac{2}{\lambda_1} \int_0^{\lambda_1} f(x) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda_1} nx\right) dx$$

Fechamento da parte 2

$$A_n = \frac{2}{\lambda_1} \int_0^{\lambda_1} f(x) \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{\lambda_1} nx \right) dx$$

$$f(x) = x - \frac{1}{2}, \quad 0 < x < 1$$

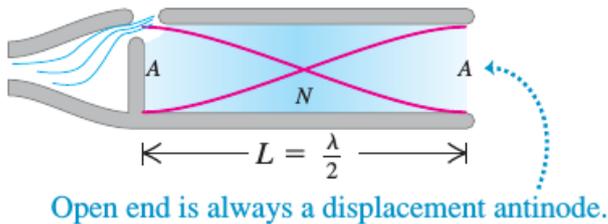
$$A_n = \frac{2}{1} \int_0^1 \left(x - \frac{1}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{1} nx \right) dx$$

Integração por partes \rightarrow : $A_n = -\frac{1}{n\pi}$

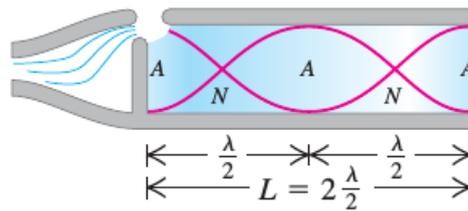
Instrumentos de sopro

- Tubo aberto:

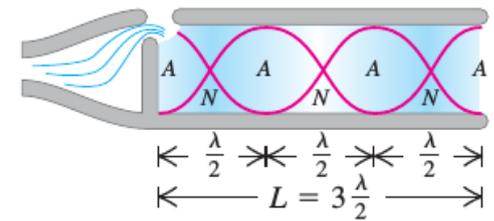
(a) Fundamental: $f_1 = \frac{v}{2L}$



(b) Second harmonic: $f_2 = 2\frac{v}{2L} = 2f_1$

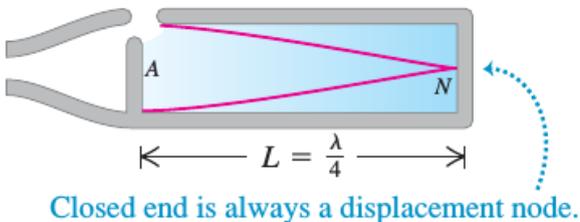


(c) Third harmonic: $f_3 = 3\frac{v}{2L} = 3f_1$

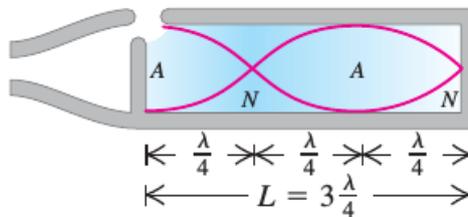


- Tubo fechado:

(a) Fundamental: $f_1 = \frac{v}{4L}$



(b) Third harmonic: $f_3 = 3\frac{v}{4L} = 3f_1$



(c) Fifth harmonic: $f_5 = 5\frac{v}{4L} = 5f_1$

