Questão 1

Incompleto

Vale 1,00 ponto(s).

Marcar questão

Editar questão

Funções harmônicas (senos e cossenos) descrevem diversos comportamentos relevantes em física, entre eles o movimento do oscilador harmônico simples e uma forma particularmente simples de ondas periódicas.

Há, porém, mais uma razão para essa importância. O matemático francês Jean-Baptiste J. Fourier mostrou que qualquer função periódica pode ser escrita como a soma de (eventualmente infinitas) funções senoidais (e cossenoidais) de comprimentos de onda e/ou frequências diferentes. Isso significa que qualquer movimento periódico pode ser tratado como a superposição de movimentos harmônicos simples, ou que qualquer onda periódica pode ser descrita como a superposição de ondas harmônicas.

Nesta e na próxima questão, vamos usar o Desmos para exemplificar esse processo. Suponham todas as unidades no SI.

- Definam no Desmos a função $f_1(x) = \sin(kx)$, criando um botão deslizante para o número de onda k. Essa função pode, por exemplo, representar uma onda senoidal no instante $t = 0$. Façam $k = \pi/2$. Qual o comprimento de onda λ da onda representada por $f_1(x)$? ______ m. Deem sua resposta sem casas decimais à direita do separador.
- Definam na linha seguinte a função $f_2(x) = \sin(2kx)$. Observem ambas as funções. Qual o comprimento de onda de $f_2(x)$? ______ m.
- Definam na linha seguinte a função soma $f(x) = f_1(x) + f_2(x)$. Experimentem ocultar os gráficos de f_1 e f_2 (cliquem na bola da cor do gráfico), percebendo o efeito dessa soma. Não alterem k. Qual o comprimento de onda de $f(x)$? ______ m.
- Voltem a exibir os gráficos de f_1 e f_2 e experimentem mudar o valor de k. O que acontece com o comprimento da onda associada à função $f(x)$? Escolher...

A frequência associada ao comprimento de onda $\lambda = 2\pi/k$ da onda periódica é chamada de frequência fundamental. As demais são chamadas de harmônicos.

- Coloquem mais um parâmetro na função $f(x)$: $f(x) = f_1(x) + Af_2(x)$. Criem um deslizante para A e experimentem variar seu valor (pode ser útil exibir junto apenas o gráfico de f_1). O que acontece com o comprimento da onda associada à função $f(x)$? Escolher...

Verificar

Questão 2

Incompleto

Vale 1,00 ponto(s).

Marcar questão

Editar questão

Série de Fourier

Fourier descobriu que é possível representar qualquer função periódica por uma soma de funções seno (e cosseno), com números de onda $k_n = nk$ (múltiplos do número de onda fundamental $k = 2\pi/\lambda$) e amplitudes $A_n, \ B_n$ escolhidas de forma adequada:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{N=\infty} \left[A_n \,\mathrm{sen}(k_n x) + B_n \cos(k_n x)\right].$$

Mais que isso, Fourier encontrou a receita para, a partir de $f(x)$, determinar os valores de A_n e B_n. O suplemento 3 do M&I mostra como encontrar os coeficientes da função seno, exemplificando o procedimento na descrição de uma "onda" quadrada; vocês estudarão séries de Fourier em detalhe em outra disciplina, mas vamos exemplificar o processo com uma "onda" com o formato de um "dente de serra".

- Façam um gráfico de uma função "dente de serra": digitem $F = x - \mathrm{floor}(x) - 1/2$. No primeiro intervalo, que vai de $x = 0$ a $x = 1$, essa função cresce linearmente de $-1/2$ a $1/2$, voltando em seguida bruscamente (e de forma descontínua) para o valor $-1/2$. O comportamento se repete periodicamente no espaço. A função $\mathrm{floor}(x)$ retorna a parte inteira de x, sem arredondamento.
- Qual o comprimento de onda (período espacial) da função F? Escolher...

A função F é representada por uma série de Fourier em que $B_n = 0$, $A_n = -\dfrac{1}{\pi n}$ e $k_n = 2\pi n$. (O cálculo detalhado dos coeficientes A_n e B_n para a função F, que é feito de forma análoga ao caso da onda quadrada, fica como um desafio.) Vamos ver no Desmos o que isso significa. Nas linhas seguintes:

- definam $A_n = -\dfrac{1}{\pi n}$;
- definam $f(n, x) = A_n \sin(2\pi n x)$;
- façam gráficos dos 3 primeiros termos da série, escondendo o gráfico de A_n e, em linhas diferentes, escrevendo $f(1, x)$, $f(2, x)$ e $f(3, x)$;
- experimentem somá-los, escrevendo $f = f(1, x) + f(2, x) + f(3, x)$;
- experimentem acrescentar mais termos, como $f(4, x)$, etc. O que ocorre?

  Escolher...

No Desmos é até mesmo possível escrever a função em termos de uma somatória (basta escrever "sum"). Experimentem usar $N = 100$ termos na série.

Notem finalmente que os resultados de Fourier valem também para funções periódicas no tempo ao invés de no espaço. Nesse caso, escreveríamos simplesmente

$$f(t) = \sum_{n=1}^{N=\infty} \left[A_n \,\mathrm{sen}(\omega_n t) + B_n \cos(\omega_n t)\right],$$

em que as frequências ω_n seriam múltiplos de uma frequência fundamental $\omega = 2\pi/T$, sendo T o período da função $f(t)$.

Verificar