Física IV - 4323204

Escola Politécnica - 2024

GABARITO DA P2

17 de outubro de 2024

Questão 1

Uma partícula, com massa de repouso m_0 e energia cinética $K = 2m_0c^2$ colide inelasticamente com uma outra partícula de massa de repouso $2m_0$ que se encontra em repouso. O resultado desta colisão é a formação de uma única partícula, com massa de repouso M_0 e velocidade V.

(a) (1,0 ponto) Escreva as equações de conservação de energia e do momento linear para o processo descrito acima. Não é necessário resolver as equações.

(b) (1,0 ponto) Calcule a velocidade v da partícula incidente. Expresse sua resposta em termos de c.

(c) (1,0 ponto) Calcule a velocidade V e a massa M_0 da partícula resultante. Expresse sua resposta em termos de c e m_0.

Solução da questão 1

(a) Equação de conservação de energia:

$$K + m_0c^2 + 2m_0c^2 = \gamma' M_0c^2 \Rightarrow \boxed{5m_0c^2 = \gamma' M_0c^2}$$

Equação de conservação do momento linear:

$$\gamma m_0 v = \gamma' M_0 V \Rightarrow \boxed{\gamma m_0 v = \gamma' M_0 V} \text{ ou } \boxed{3m_0 v = \gamma' M_0 V}$$

(b) $K = (\gamma - 1)m_0c^2 \Rightarrow 2m_0c^2 = \gamma m_0c^2 - m_0c^2 \Rightarrow \gamma = 3 \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 3 \Rightarrow$

$$\frac{1}{1 - v^2/c^2} = 9 \Rightarrow 1 = 9 - 9v^2/c^2 \Rightarrow \boxed{v = \frac{2\sqrt{2}}{3}c}$$

(c) Dividindo a equação de conservação do momento linear pela equação de conservação de energia, encontramos:

$$\frac{3m_0v}{5m_0c^2} = \frac{\gamma' M_0 V}{\gamma' M_0 c^2} \Rightarrow V = \frac{3v}{5} \Rightarrow \boxed{V = \frac{2\sqrt{2}}{5}c}$$

A partir da velocidade V encontrada, temos:

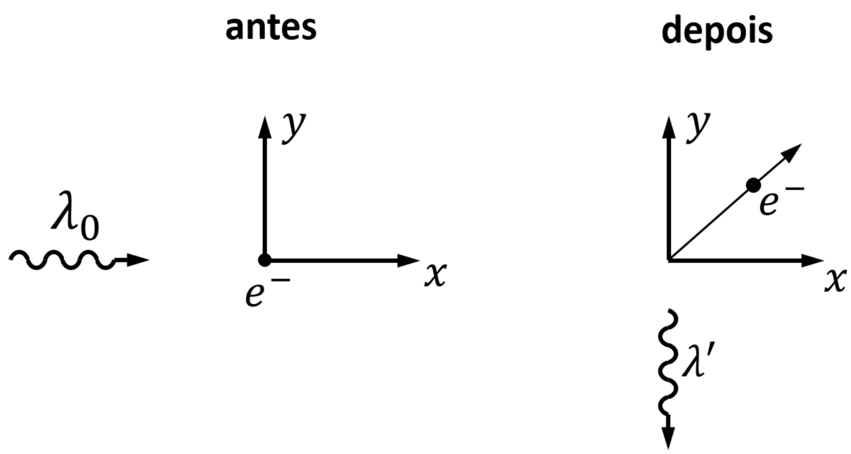
$$\gamma' = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Rightarrow \gamma' = \frac{5}{\sqrt{17}}$$

Substituindo γ' na equação de conservação do momento linear, obtemos:

$$3m_0v = \gamma' M_0 V \Rightarrow 3m_0\frac{2\sqrt{2}}{3}c = \frac{5}{\sqrt{17}}M_0\frac{2\sqrt{2}}{5}c \Rightarrow \boxed{M_0 = \sqrt{17}m_0}$$

Questão 2

Um fóton com comprimento de onda λ_0 que viaja no sentido de x positivo é espalhado por um elétron em repouso, que possui massa de repouso m_0 e está localizado na posição $x = 0$ antes do espalhamento. Após o espalhamento, o fóton viaja no sentido de y negativo e o elétron viaja com velocidade constante. Nas questões abaixo, expresse sua resposta em termos de λ_0, m_0, velocidade da luz c, e constante de Planck h.



(a) (1,0 ponto) Calcule o comprimento de onda λ' do fóton espalhado.

(b) (1,0 ponto) Calcule a energia cinética K do elétron espalhado.

(c) (1,0 ponto) Calcule a componente p_y do momento linear do elétron após a colisão.

Solução da questão 2

(a) O comprimento de onda λ' do fóton espalhado é obtido através da equação que descreve o espalhamento Compton para $\theta = -90^o$:

$$\lambda' = \lambda_0 + \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) \Rightarrow \lambda' = \lambda_0 + \frac{h}{m_0 c}(1 - 0) \Rightarrow \boxed{\lambda' = \lambda_0 + \frac{h}{m_0 c}}.$$

(b) A equação de conservação de energia é:

$$\frac{hc}{\lambda_0} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + K + m_0 c^2 \Rightarrow K = hc\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda'}\right) \Rightarrow \boxed{K = hc\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_0 + h/(m_0 c)}\right)}$$

(c) A equação de conservação do momento é dada por:

$$\frac{h}{\lambda_0}\hat{i} + 0\hat{j} = p_x\hat{i} + (p_y - \frac{h}{\lambda'})\hat{j}.$$

Logo, a componente p_y do vetor momento linear do elétron é:

$$p_y = \frac{h}{\lambda'} \Rightarrow \boxed{p_y = \frac{h}{\lambda_0 + h/(m_0 c)}}$$

Questão 3

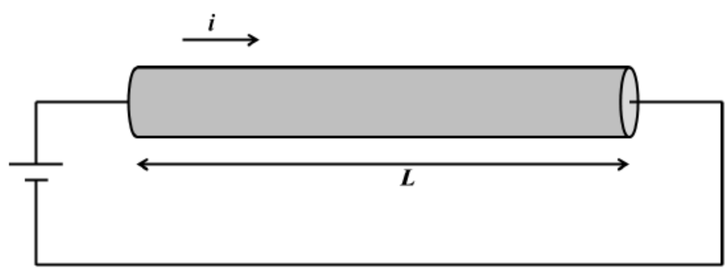
(I) Luz de comprimento de onda de $\lambda = 310$ nm incide sobre uma superfície metálica. Sabendo que o potencial de freamento neste caso é $V_0 = 2$ V, obtenha:

(a) (1,0 ponto) A energia cinética máxima dos elétrons emitidos.

(b) (1,0 ponto) A função de trabalho do metal.

(c) (0,5 ponto) O comprimento de onda de corte.

(II) (1,5 ponto) Um resistor cilíndrico com raio a e comprimento L transporta uma corrente i (figura abaixo) e tem potência dissipada dada por $P = Ri^2$. O resistor irradia como um corpo negro, emitindo radiação eletromagnética apenas pela sua superfície lateral. Encontre a expressão para a temperatura na superfície lateral do resistor.



Solução da questão 3

(I)

(a) $K_{\max} = eV_0 = 2 \text{ eV} \Rightarrow \boxed{K_{\max} = 2 \text{ eV}}$

(b) $K_{\max} = hf - \phi \Rightarrow K_{\max} = \dfrac{hc}{\lambda} - \phi \Rightarrow \phi = \dfrac{hc}{\lambda} - K_{\max} \Rightarrow$

$\phi = \dfrac{(1240 \text{ eV.nm})}{(310 \text{ nm})} - 2 \text{ eV} \Rightarrow \boxed{\phi = 2 \text{ eV}}$

(c) $\dfrac{hc}{\lambda_{\max}} - \phi = 0 \Rightarrow \lambda_{\max} = \dfrac{hc}{\phi} \Rightarrow \lambda_{\max} = \dfrac{(1240 \text{ eV.nm})}{(2 \text{ eV})} \Rightarrow \boxed{\lambda_{\max} = 620 \text{ nm}}$

(II)

A potência dissipada pelo resistor é dada por $P = Ri^2$. Tendo em vista que ele atue como um corpo negro, sua potência irradiada é dada por $P = \sigma T^4 A_{irr}$, sendo $A_{irr} = 2\pi a L$, já que ele emite radiação apenas na superfície lateral. A conservação de energia implica que $Ri^2 = (\sigma T^4)2\pi a L$, de onde obtemos:

$$\boxed{T = \left(\frac{Ri^2}{2\pi a L\sigma}\right)^{1/4}}$$

Formulário

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}, \quad h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}, \quad hc = 1240 \text{ eV.nm}$$

$$E = \gamma m_0 c^2, \quad \vec{p} = \gamma m_0 \vec{u}, \quad K = (\gamma - 1) m_0 c^2, \quad E^2 = (pc)^2 + (m_0 c^2)^2, \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}},$$

Efeito Doppler em termos do comprimento de onda: $\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$ ou $\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$,

$$I_{total} = \sigma T^4, \quad \sigma \approx 6 \times 10^{-8} \, \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4} \, ; \quad \lambda_m T = 2,9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \, ;$$

$$K_{máx} = hf - \phi, \quad E_f = hf = hc/\lambda, \quad p_f = h/\lambda$$

$$E_n = -hcR_H/n^2, \text{ onde } hcR_H = 13.6 \text{ eV},$$

$$\lambda' = \lambda + \lambda_C (1 - \cos\theta), \text{ onde } \lambda_C = h/(m_0 c) = 2,4 \times 10^{-12} \text{ m},$$

$$\lambda = h/p,$$