Física IV - 4323204

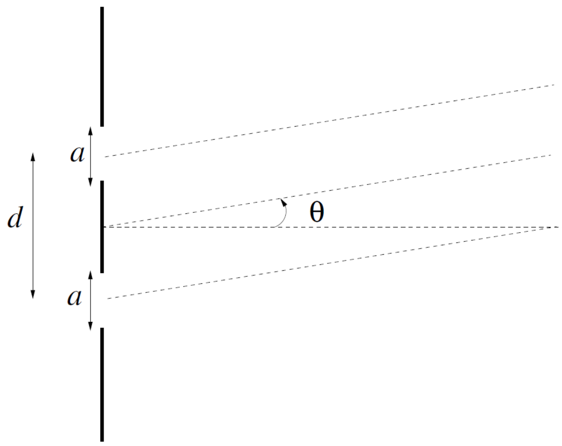
Escola Politécnica - 2024

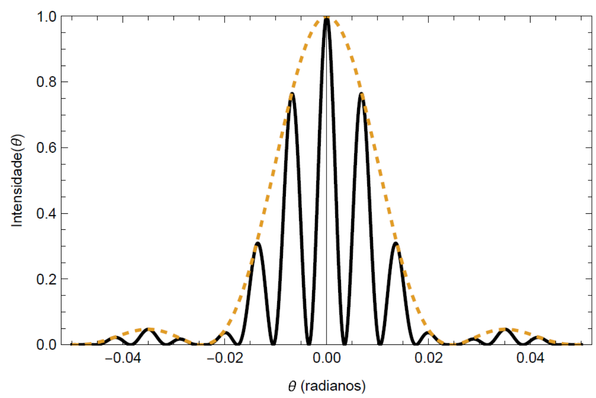
GABARITO DA SUB

5 de dezembro de 2024

Questão 1

Considere o experimento de fenda dupla (experimento de Young). A distância entre os centros das fendas é d, e a largura de cada fenda é a. As fendas estão localizadas em um anteparo plano, como mostrado no diagrama abaixo (lado esquerdo).





Luz monocromática de comprimento de onda λ incide perpendicularmente sobre as duas fendas, produzindo um padrão de máximos e mínimos de interferência em uma tela plana, que está posicionada a uma distância R muito maior que d ($R \gg d$) do anteparo.

(a) (1,0 ponto) Determine os ângulos θ para os quais ocorrem os mínimos de interferência no padrão observado na tela. Considere $\theta \ll 1$

(b) (1,0 ponto) Considere o efeito da difração, que ocorre devido à largura finita a das fendas. Determine os valores possíveis da razão d/a para que o primeiro mínimo de difração coincida com um mínimo de interferência de ordem m qualquer, $m = 0, 1, 2, 3, ...$

(c) (0,5 ponto) A figura acima (lado direito) mostra o gráfico da intensidade luminosa observada na tela (intensidade central é $I_0 = 1$). Com base nesse gráfico, determine o valor numérico da razão d/a.

Solução da questão 1

(a) A condição para os mínimos de interferência em um experimento de fenda dupla é dada por:

$$d\sin(\theta_m) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Portanto, os ângulos $\theta_m \ll 1$ para os mínimos de interferência são:

$$\boxed{\theta_m \approx \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda}{d}}$$

(b) O primeiro mínimo de difração ocorre quando:

$$a\sin(\theta) = \lambda$$

Se esse mínimo de difração coincide com o m-ésimo mínimo de interferência, então:

$$\sin(\theta) = \frac{\lambda}{a} = \sin(\theta_m)\frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda}{d}$$

Portanto, a razão d/a é dada por:

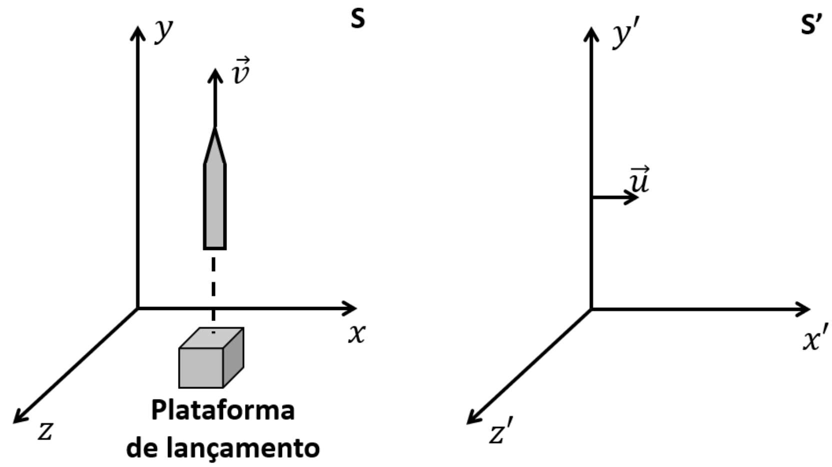
$$\boxed{\frac{d}{a} = m + \frac{1}{2}}$$

(c) De acordo com o gráfico de intensidade, $m = 3$. Logo,

$$\boxed{\frac{d}{a} = 3 + \frac{1}{2} = 3,5}$$

Questão 2

Um foguete viaja com velocidade constante $\vec{v} = 0,6c\hat{j}$ em relação a uma plataforma de lançamento localizada no referencial S, como ilustrado na figura abaixo. Depois de se afastar da plataforma, o foguete emite um sinal luminoso de frequência f_0 em direção à plataforma de lançamento. Sabendo que o pulso de luz viaja com velocidade $-c\hat{j}$ no referencial S, calcule:



(a) (1,0 ponto) A frequência do pulso de luz medida por um observador localizado na plataforma de lançamento.

(b) (1,0 ponto) Considere um referencial S' que se move com velocidade $\vec{u} = 0,8c\hat{i}$ em relação ao referencial S. Calcule o vetor velocidade $\vec{v'}$ do foguete no referencial S'.

(c) (0,5 ponto) Determine a velocidade do pulso de luz no referencial S'.

Solução da questão 2

(a) $f' = f_0 \dfrac{\sqrt{c - v_y}}{\sqrt{c + v_y}} = f_0 \dfrac{\sqrt{c - 0,6c}}{\sqrt{c + 0,6c}} = f_0 \sqrt{\dfrac{0,4c}{1,6c}} \Rightarrow \boxed{f' = 0,5 f_0}$

(b) $\vec{v'} = v'_x \hat{i} + v'_y \hat{j} = \dfrac{v_x - u}{1 - u v_x / c^2} \hat{i} + \dfrac{v_y \sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 - u v_x / c^2} \hat{j} \Rightarrow$

$\vec{v'} = \dfrac{0 - 0,8c}{1 - 0} \hat{i} + \dfrac{0,6c \sqrt{1 - (0,8c)^2/c^2}}{1 - 0} \hat{j} \Rightarrow \boxed{\vec{v'} = -0,8c\hat{i} + 0,36c\hat{j}}$

(c) A velocidade da luz é constante e vale c em todos os referenciais inerciais. Logo a velocidade da luz no referencial S' é:

$\boxed{v_{\text{luz}} = c}$

Questão 3

(I) (1,0 ponto) Luz monocromática de intensidade I e comprimento de onda λ incide em uma placa quadrada de área A e material com função de trabalho ϕ. Calcule a máxima energia cinética dos elétrons ejetados do material. Expresse sua resposta em termos dos dados do enunciado e de eventuais constantes físicas.

(II) (1,5 ponto) Uma estrela esférica de raio R e com temperatura T emite radiação eletromagnética como um corpo negro. Calcule a quantidade de massa Δm perdida pela estrela durante um intervalo de tempo Δt. Expresse sua resposta em termos da constante de Stenfan-Boltzmann, de c, T, R e Δt.

Solução da questão 3

(I) $K_{\text{max}} = hf - \phi \Rightarrow \boxed{K_{\text{max}} = \dfrac{hc}{\lambda} - \phi}$

(II) De acordo com a lei de Stefan-Boltzmann, a potência irradiada pela estrela é

$$I = \sigma T^4 \Rightarrow \frac{P}{A} = \sigma T^4 \Rightarrow \frac{P}{4\pi R^2} = \sigma T^4 \Rightarrow P = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

Logo, a energia ΔE perdida pela estrela durante um intervalo Δt é

$$\Delta E = P\Delta t = 4\pi R^2 \sigma T^4 \Delta t$$

Portanto, a quantidade de massa Δm perdida pela estrela durante o intervalo Δt é

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \Rightarrow \boxed{\Delta m = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4 \Delta t}{c^2}}$$

$\boxed{\textbf{Questão 4}}$

Considere a energia potencial $U(x)$ de uma partícula não relativística de massa m:

$$U(x) = \begin{cases} U_0 \ \text{ se } x \leq 0 \\ 0 \ \text{ se } 0 < x < L \\ U_0 \ \text{ se } x \geq L \end{cases} ,$$

A solução geral da equação de Schrödinger independente do tempo em um estado de energia E em cada uma das regiões onde $U(x) = U_0$ pode ser expressa por

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{Cx} + Be^{-Cx} & \text{se } x \leq 0 \\ De^{Cx} + Fe^{-Cx} & \text{se } x \geq L \end{cases}$$

onde A, B, D, F são constantes arbitrárias e C é uma constante real.

(a) (0,5 ponto) Indique quais entre as constantes A, B, D, F são nulas. Justifique sua resposta.

(b) (1,0 ponto) Determine C em termos das quantidades dadas no enunciado da questão.

(c) (1,0 ponto) Supondo que a função de onda esteja normalizada em todo espaço, calcule a probabilidade de encontrar a partícula na região $0 < x < L$. Expresse sua resposta em termos das constantes não nulas do item (a).

Solução da questão 4

(a) A função de onda deve ser finita em todo o espaço. Logo: $\boxed{B = D = 0}$

(b) Subsitituindo $\psi(x) = Ae^{Cx}$ na equação de Schrödinger, temos:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x) \Rightarrow$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}AC^2e^{Cx} + U_0Ae^{Cx} = EAe^{Cx} \Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m}C^2 + U_0 = E \Rightarrow \boxed{C = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}}$$

(c) $P = 1 - P(x \leq 0) - P(x \geq L) = 1 - \int_{-\infty}^{0} A^2e^{2Cx}dx - \int_{L}^{+\infty} F^2e^{-2Cx}dx \Rightarrow$

$$\boxed{P = 1 - \frac{1}{2C}\left(A^2 + F^2e^{-2CL}\right)}$$

Formulário

$$I = I_0 \left[\frac{\text{sen}\,(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2, \quad I = I_0 \cos^2(\phi/2) \left[\frac{\text{sen}\,(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2,$$

$$\phi = 2\pi d \,\text{sen}\,\theta/\lambda, \quad \beta = 2\pi a \,\text{sen}\,\theta/\lambda, \quad 2d\,\text{sen}\theta = m\lambda, \quad \theta_{mín} \approx \frac{\lambda}{a}.$$

Velocidade da luz no vácuo $c = 3.10^8$ m/s e 1 nm $= 10^{-9}$ m

$$\begin{cases} x' = \gamma\,(x - ut)\,, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{ux}{c^2}\right), \end{cases} \qquad \begin{cases} v'_x = \dfrac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}, \\ v'_y = \dfrac{v_y\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2}, \\ v'_z = \dfrac{v_z\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2}. \end{cases}$$

O referencial S' se move em relação a S com velocidade $\vec{u} = u\hat{\imath}$.

$$\ell = \ell_0\sqrt{1-u^2/c^2}, \quad T = \frac{T_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad E = \gamma m_0 c^2, \quad \vec{p} = \gamma m_0 \vec{u}, \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$K = (\gamma - 1)m_0c^2, \quad K_{máx} = hf - \phi, \quad E_f = hf = hc/\lambda, \quad p_f = h/\lambda$$

Efeito Doppler em termos do comprimento de onda: $\lambda' = \lambda\sqrt{\dfrac{c+v}{c-v}}$ ou $\lambda' = \lambda\sqrt{\dfrac{c-v}{c+v}}$,

$E_n = -hcR_H/n^2$, onde $hcR_H = 13.6$ eV

$\lambda' = \lambda + \dfrac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta)$, onde m_0 é a massa de repouso do elétron e θ é o ângulo de espalhamento do fóton,

$$\lambda = h/p, \quad \Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2, \quad \Delta y \Delta p_y \geq \hbar/2, \quad k = 2\pi/\lambda, \quad -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x),$$

$$I_{total} = \sigma T^4, \quad \sigma \approx 6 \times 10^{-8}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}\ ; \quad \lambda_m T = 2{,}9 \times 10^{-3}\ \text{m}\cdot\text{K}\ ; \quad K_{\max} = hf - \phi$$

$$\int x^3 e^{-x} dx = (-x^3 - 3x^2 - 6x - 6)e^{-x}, \quad \int x^2 e^{-x} dx = (-x^2 - 2x - 2)e^{-x}.$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!, \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\pi}\ \alpha^{-1/2}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}\ \alpha^{-3/2}.$$