A2

Física IV

Escola Politécnica - 2002

FAP2296 - 2^a AVALIAÇÃO

15 de outubro de 2002

◇ Esta avaliação tem 100 minutos de duração.

◇ É proibida a consulta a colegas, livros e apontamentos.

◇ Escreva de forma legível.

◇ É proibido o uso de calculadoras.

◇ Resolva cada questão na folha apropriada.

◇ Não serão aceitas respostas sem justificativas

Questão 1

Um filme de 350 nm de espessura flutua sobre sobre a água, formando uma superfície plana. Os índices de refração do filme e da água são respectivamente $1,30$ e $1,33$. O filme é iluminado por luz branca, constituída por ondas cujos comprimentos de onda variam entre 400 nm e 700 nm, incidindo normalmente.

(0,5 ponto) (a) Determine a condição de interferência construtiva.

(1,0 ponto) (b) Determine a freqüência que apresenta interferência construtiva na reflexão e em que ordem isto ocorre.

(1,0 ponto) (c) Determine a freqüência que apresenta interferência destrutiva na reflexão e em que ordem isto ocorre.

Solução da questão 1

(a) Tanto a onda refletida na interface ar/película, quanto aquela refletida na interface película água, sofrerão uma mudança de fase de π, uma vez que, nos dois casos, há uma variação crescente do índice de refração. Logo, a *condição de interferência construtiva* é

$$2\,d\,n_{\text{pel.}} = m\,\lambda, \qquad m = 1, 2, \cdots .$$

Ou seja, o comprimento de onda satisfaz a condição

$$\lambda = \frac{2\,d\,n_{\text{pel}}}{m} = \frac{2 \times 350 \times 1,3}{m}\,n\,m = \frac{910}{m}\,n\,m$$

(b) Quando $m = 1$, a onda que interferiria construtivamente teria comprimento de onda $\lambda = 910\,n\,m$, que não faz parte do espectro da luz que incide no filme. Para $m = 2$, $\lambda = 455\,n\,m$ faz parte do espectro. A freqüência correspondente é

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c\,m}{2\,d\,n_{\text{pel.}}} = \frac{3 \times 10^8\,2}{2 \times 350 \times 10^{-9} \times 1,3} = 0,66 \times 10^{15} s^{-1}.$$

Para $m = 3$, $\lambda = 910/3\,n\,m$ é menor do que o menor comprimento de onda do espectro incidente.

(c) A *condição de interferência destrutiva* é

$$2\,d\,n_{\text{pel.}} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \qquad m = 0, 1, 2, \cdots .$$

Ou seja, o comprimento de onda será

$$\lambda = \frac{2\,d\,n_{\text{pel}}}{m + \frac{1}{2}} = \frac{2 \times 350 \times 1,3}{m + \frac{1}{2}}\,n\,m = \frac{910}{m + \frac{1}{2}}\,n\,m$$

O único valor de m cujo correspondente comprimento de onda faz parte do espectro é $m = 1$. O comprimento de onda correspondente é

$$\lambda = 606\, n\, m.$$

A freqüência correspondente é

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8\, 2}{606} = 0,50 \times 10^{15} s^{-1}.$$

Questão 2

A lei de Bragg, na difração de *raios X* em cristais, baseia-se no fato de que os planos numa rede cristalina podem refletir seletivamente ondas eletromagnéticas de comprimento de onda da mesma ordem das distâncias inter-atômicas.

(1,5 ponto) (a) Deduza a lei de Bragg para uma onda plana, de comprimento de onda λ, cuja direção de propagação forma um ângulo θ com os *planos de Bragg*, os quais estão separados por uma distância d.

(1,0 ponto) (b) Se o espaçamento entre certos planos de um cristal for $d = 2\, n\, m$, sob qual ângulo se pode prever que os raios X de comprimento de onda $\lambda = 0,2\, n\, m$ produzirão um máximo de segunda ordem?

Solução da questão 2

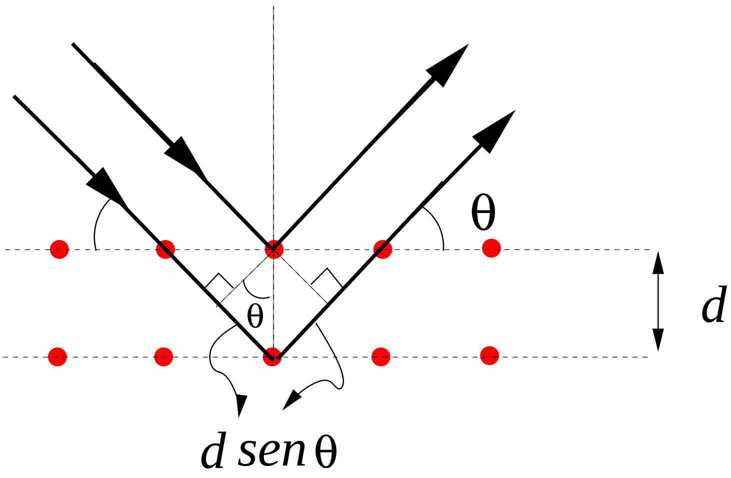
(a) Na figura abaixo estão esquematizadas duas ondas refletidas em planos adjacentes. Pela geometria, vemos que a diferença de percurso é $2\, d\, \mathrm{sen}\theta$. Portanto, a condição de interferência construtiva é

$$2\, d\, \mathrm{sen}\theta = m\, \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \cdots.$$

(b) Para um máximo de segunda ordem, $m = 2$, teremos

$$\text{sen}\theta = \frac{2\,\lambda}{2\,d} = \frac{\lambda}{d} = \frac{0,2}{2} = 0,1.$$

Logo, $\theta \approx 0,1\,rad$.



Questão 3

Um fóton possuindo comprimento de onda λ_0 é espalhado por um elétron livre. O deslocamento $\Delta\,\lambda$ no comprimento de onda do fóton espalhado é igual ao *comprimento de onda Compton* do elétron.

(0,5 ponto) (a) Calcule o ângulo de espalhamento do fóton.

(1,0 ponto) (b) Determine a *energia cinética do elétron*, após a colisão, em termos da constante de Planck h, da velocidade da luz c e de $\Delta\,\lambda$.

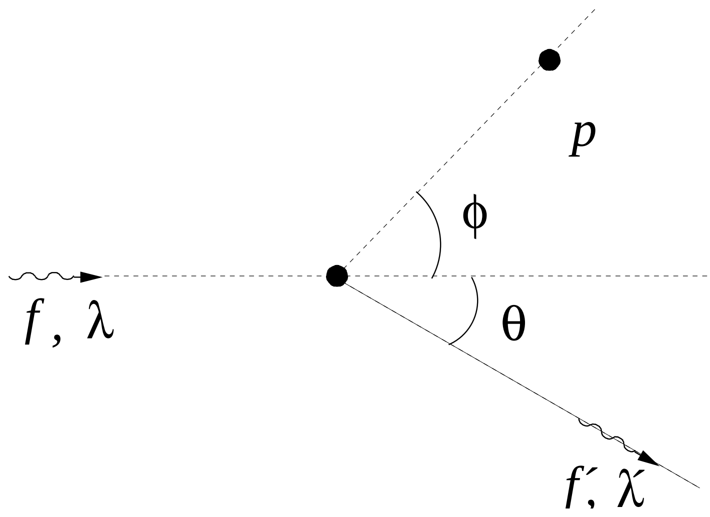
(1,0 ponto) (c) Determine o módulo do *momento linear do elétron*, após a colisão, em termos de $\Delta\,\lambda$ e λ_0.

Dado: $\Delta\,\lambda = \lambda_C\,(1 - \cos\theta)$; $\lambda_C \equiv \dfrac{h}{m_e\,c}$

Solução da questão 3

(a) O ângulo θ de espalhamento do fóton é dado pela fórmula (veja figura abaixo) [1]

$$\Delta\,\lambda = \lambda_C\,(1-\cos\theta)\,.$$



Como $\Delta\,\lambda = \lambda_C$, obtemos

$$\cos\theta = 0, \quad \text{ou seja} \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

(b) Usando a conservação da energia

$$\Delta E = \Delta\left(m_e\,c^2 + K_e + h\,f\right) = 0,$$

teremos

$$\Delta K_e = -h\,\Delta f = -h\,(f'-f) = hc\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda'}\right) = hc\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda+\Delta\lambda}\right) = \frac{hc}{\lambda}\frac{\Delta\lambda}{\lambda+\Delta\lambda}$$

(c) Usando a conservação do momentum linear (veja figura acima),

$$\left\{\begin{array}{rcl} \frac{h}{\lambda} & = & \frac{h}{\lambda'}\cos\theta + p_e\cos\phi = p_e\cos\phi \\ 0 & = & \frac{h}{\lambda'}\text{sen}\theta - p_e\text{sen}\phi = \frac{h}{\lambda'} - p_e\text{sen}\phi \end{array}\right. .$$

[1] Uma conseqüência direta da conservação relativística de energia-momentum.

Logo,

$$p_e^2 \cos^2 \phi + p_e^2 \mathrm{sen}^2\phi = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2.$$

Ou seja,

$$p_e = \frac{h}{\lambda}\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{(\lambda + \Delta\lambda)^2}}$$

Questão 4

Suponha que, em um experimento de laboratório, você tenha feito medidas do *efeito fotoelétrico*. Na tabela reproduzida na última página das folhas de respostas, são mostrados os dados que *você* obteve.

(0,5 ponto) (a) Complete a tabela e o gráfico que estão reproduzidos na última página das folhas de respostas.

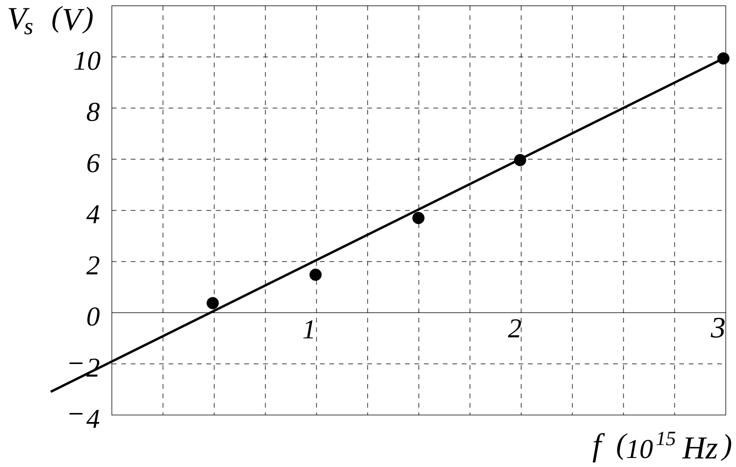
(1,0 ponto) (b) Determine o valor da constante de Planck em $eV \cdot s$.

(1,0 ponto) (c) Determine a função de trabalho Φ do metal utilizado no experimento, expressando sua resposta em elétron-volts.

Solução da questão 4

(a) Usando $f = c/\lambda$ obtemos o que é mostrado na figura abaixo

$\lambda(nm)$	100	150	200	300	400
Potencial de frenagem V_s	10,0	6,0	3,8	1,5	0,5
f (10^{15} Hz)	**3,0**	**2,0**	**1,5**	**1,0**	**0,7**



(b) Usando $E^{\max} = e\,V_s = h\,f - \phi$, teremos

$$h = \frac{10-0}{(3-0,5)\times 10^{-15}} eV\cdot s = 4\times 10^{-15} eV\cdot s$$

(c)

$$\phi = h\,f - E^{\max}.$$

Tomando, por exemplo, $f = 2,0\times 10^{15} s^{-1}$ e $V_s = 6,0\,V$, teremos $\phi = 2\,eV$. Este número pode também ser visualizado na intersecção da reta com o eixo horizontal, na figura acima.