PS

Física IV

Escola Politécnica - 2004

FAP 2204 - GABARITO DA PS

14 de dezembro de 2004

Questão 1

Os itens (a) e (b) dessa questão não estão relacionados

(1,5 ponto) (a) Um elétron de massa $m \approx 9 \times 10^{-31}\ kg$ tem aproximadamente velocidade de $1000\, m/s$. Deseja-se medir simultaneamente a posição e a velocidade desse elétron. Se a velocidade for medida com precisão de $0,1\%$, estime qual seria a menor incerteza possível (em metros) de ser obtida na medida da posição. Dado: $\hbar \approx 7 \times 10^{-34}\ J \cdot s$.

(1,0 ponto) (b) Numa experiência de efeito fotoelétrico, luz de comprimento de onda $\lambda = 2000\,$Å incide sobre uma superfície de alumínio. Para se remover um elétron da superfície deste metal são necessários $4,2\ eV$. Qual é o potencial de frenagem dessa experiência? Dados: $h \approx 4 \times 10^{-15}\ eV \cdot s$, $c = 3 \times 10^{8}\ m/s$, 1Å $= 10^{-10}\ m$.

Solução

(a)

$$p = mv = (9 \times 10^{-31})1000 \cdot kg\ m\ /\ s$$

$$\Delta p = 0,1\% p = 9 \times 10^{-31} \cdot kg\ m\ /\ s$$

$$\Delta p\ \Delta x \approx \hbar \Longrightarrow \Delta x \approx \frac{\hbar}{\Delta p} = \frac{7 \times 10^{-34}}{9 \times 10^{-31}} = \frac{7}{9} \times 10^{-3}\ m$$

(b)

$$E_{cin}^{máx} = h\frac{c}{\lambda} - \phi = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^{8}}{2 \times 10^{-7}} - 4,2 = 1,8\ eV$$

$$\Longrightarrow V_{corte} = 1,8\ eV$$

$\boxed{\text{Questão 2}}$

Luz de comprimento de onda λ se propaga no vácuo e incide normalmente sobre uma superfície plana de área A, feita de um material com coeficiente de reflexão $0,8$ (80% da energia luminosa incidende é refletida e 20% é absorvida). A amplitude do campo magnético da luz incidente é B_0. Obtenha:

(1,5 ponto) (a) a pressão de radiação exercida sobre a superfície;

(1,0 ponto) (b) o número de fótons **absorvidos** pela superfície por unidade de tempo.

Solução

(a)

$$E_0 = cB_0 \Longrightarrow < S >= \frac{1}{2} c\, \epsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2}\, c^3\, \epsilon_0\, B_0^2$$

$$P = f_{ab}\frac{< S >}{c} + 2 f_{ref}\frac{< S >}{c} = 1,8 \frac{< S >}{c} = 0,9\, c^2\, \epsilon_0\, B_0^2\ ,$$

onde $f_{ab} = 0,2$ é a fração absorvida e $f_{ref} = 0,8$ é a fração refletida.

(b)

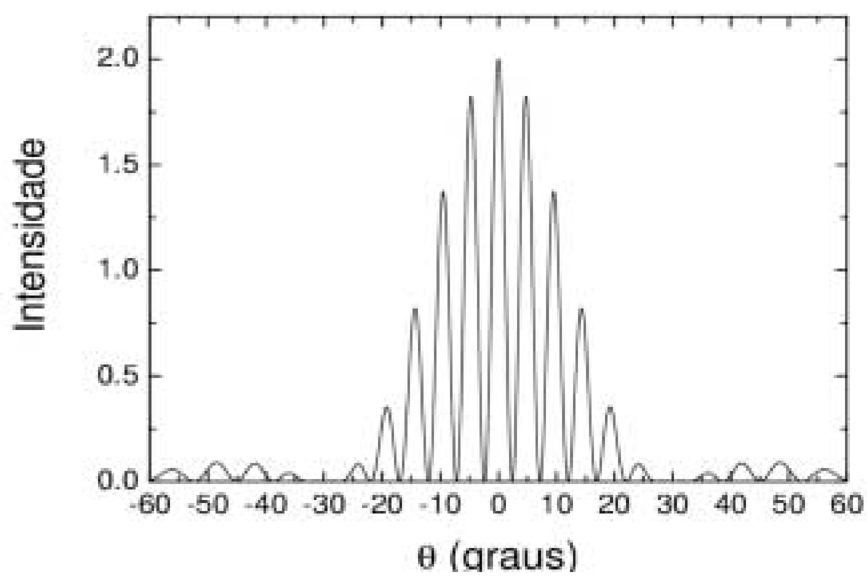
$$\text{Potência absorvida} = 0,2\, A\ < S >$$

$$\text{Energia do fóton} = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\frac{n^{\underline{\circ}}\ \ de\ fótons}{tempo} = \frac{0,2\ A\ \ < S >}{hc/\lambda} = \frac{0,1\ A\ c^2\, \epsilon_0\, B_0^2\ \lambda}{h}$$

Questão 3

Um sistema de fenda dupla, cada uma com largura a, é iluminado por luz de comprimento de onda λ. A intensidade da luz que emerge desse sistema foi medida como função do ângulo θ em relação à direção de incidência, o resultado sendo mostrado na figura. A distância entre as fendas é conhecida: $d = 74.400$ Å. Levando em conta que a difração modula o padrão de interferência das duas fendas, obtenha:



(1,0 ponto) (a) o comprimento de onda λ da luz incidente;

(1,0 ponto) (b) a largura a das fendas.

Solução

(a) Máximos de interferência espaçados de $\Delta\theta \approx 5° = 5\pi/180 \; rad$

$$d \operatorname{sen} \theta = m\lambda \Longrightarrow \lambda \approx d\Delta\theta = 74.400 \cdot \frac{5\pi}{180} \approx 6.500\text{Å}$$

(b) Mínimo de difração em $\theta \approx 30°$.

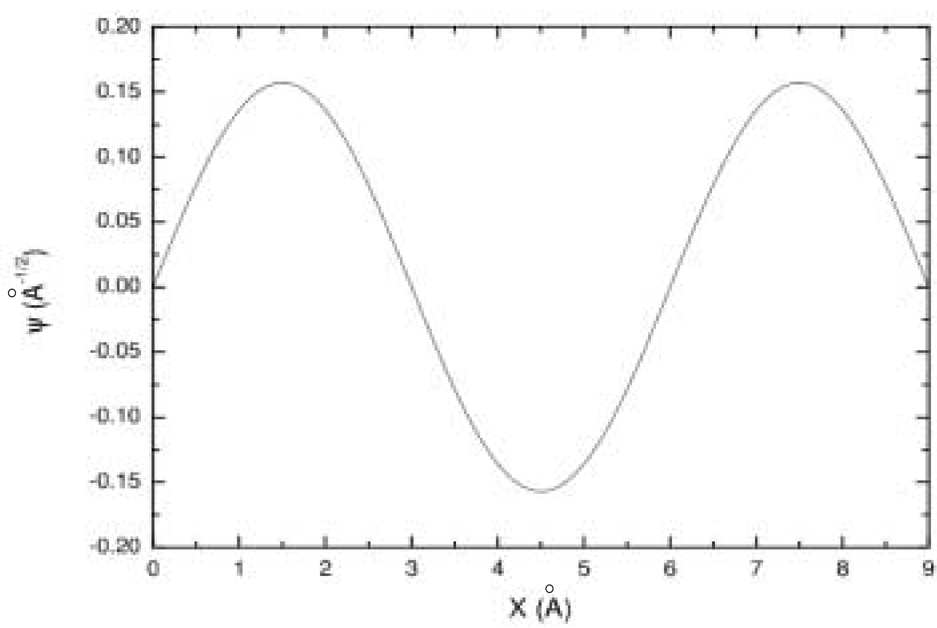
$$a \operatorname{sen} \theta = \lambda \Longrightarrow a = \frac{\lambda}{\operatorname{sen} \theta} = \frac{6.500}{\operatorname{sen}(30°)} = 13.000 \text{ Å}$$

Questão 4

Uma partícula de massa m está confinada entre duas paredes infinitas (problema unidimensional) separadas por uma distância $L = 9$ Å.

(1,0 ponto) (a) Conhecendo as auto-funções desse sistema, $\psi_n = C_n \text{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$, onde C_n é a constante de normalização, determine a energia do estado fundamental. Expresse sua resposta em função de m e L.

Suponha que a partícula esteja no estado associado à função de onda da figura abaixo.



(1,0 ponto) (b) Qual é a energia dessa partícula? Expresse sua resposta em função de m e L.

(1,0 ponto) (c) Qual é a probabilidade de encontrar essa partícula na região $3 \leq x \leq 4,5$ Å?

Dado :

$$\int \text{sen}^2(ax)\, dx = \frac{x}{2} - \frac{\text{sen}(2ax)}{4a}$$

Solução

(a) A equação de Schrödinger em $0 \leq x \leq 9$ é

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi$$

Substituindo $\psi = C_n\,\mathrm{sen}(n\pi x/L)$ na equação acima obtem-se

$$E_n = \frac{n^2\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$$

As condições de contorno implicam que n é inteiro. Assim, o estado fundamental tem $n = 1$.

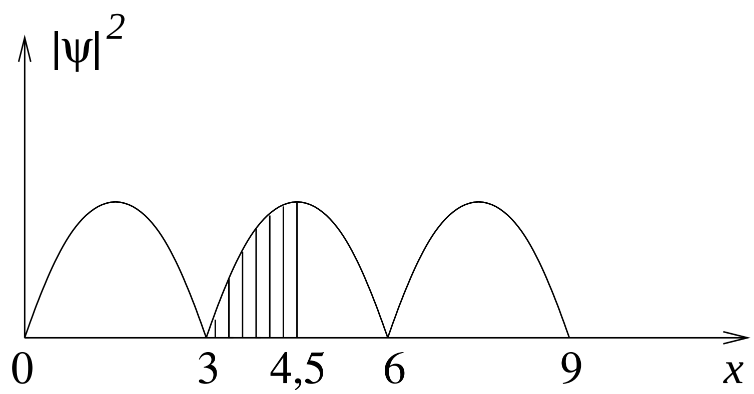
$$\Longrightarrow E_1 = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$$

(b) Da figura,

$$\lambda = \frac{2}{3}L \Longrightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{3\pi}{L} \quad \therefore \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{9\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$$

Ou então, usamos a expressão de E_n no item (a) com $n = 3$ (obtido da figura).

(c) Esboçando o gráfico $|\psi|^2 \times x$, vemos que $P(3 \leq x \leq 4,5)$, representada pela área hachurada da figura, vale $1/6$ da área total debaixo da curva que é igual a 1.



$$\Longrightarrow P(3 \leq x \leq 4,5) = 1/6 \cdot 1 = 1/6$$

Ou então, determinamos $C_3 = \sqrt{2}/3$ usando a normalizaçao da função de onda e em seguida calculamos $P(3 \leq x \leq 4,5) = \int_3^{4,5} |\psi_3|^2 dx$.