PS

Física IV

Escola Politécnica - 2005

FAP 2204 - GABARITO DA PS

6 de dezembro de 2005

Questão 1

Uma onda eletromagnética se propaga no vácuo com campo elétrico dado por $\vec{E} = E_0 \cos(ky - \omega t)\hat{z}$.

(a) (1,0 ponto) Escreva a expressão do campo magnético correspondente.

(b) (1,0 ponto) Calcule o vetor de Poynting.

(c) (0,5 ponto) Calcule a pressão de radiação exercida sobre uma superfície totalmente absorvente.

Solução da questão 1

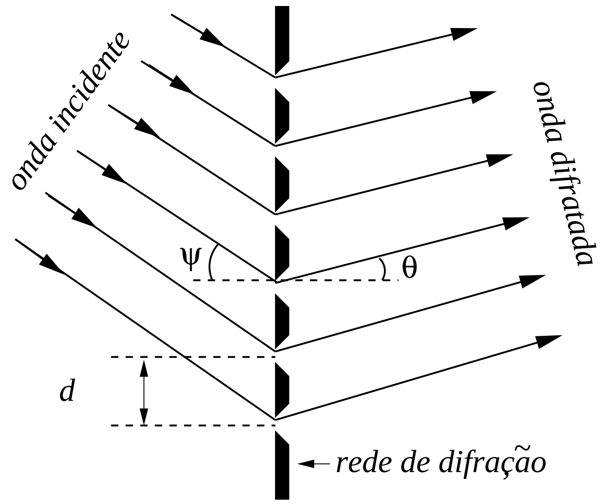
(a) $$\vec{B} = \frac{\hat{k} \times \vec{E}}{c} = \frac{E_0}{c} \cos(ky - \omega t)\hat{x}$$

(b) $$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{\mu_0\, c} \cos^2(ky - \omega t)\hat{y}$$

(c) $$P_{rad} = \frac{<|\vec{S}|>}{\mu_0\, c} = \frac{E_0^2}{\mu_0\, c} < \cos^2(ky - \omega t) >= \frac{\epsilon_0\, c}{2} E_0^2$$

Questão 2

Luz incide sobre uma rede de difração com ângulo ψ, conforme indicado na figura.



(a) (1,5 ponto) Mostrar que os máximos de intensidade na figura de interferência ocorrem para

$$d\,(\operatorname{sen}\psi + \operatorname{sen}\theta) = m\lambda,$$

com $m = 0, 1, 2, ...$

(b) (1,0 ponto) Considere $\psi = 30°$. Calcule o valor de d/λ para que o ponto do anteparo localizado em $\theta = \psi$ corresponda ao máximo de ordem $m = 10$.

Solução da questão 2

(a) Para haver interferência construtiva, a diferença de caminho δ entre os raios saindo de fendas adjacentes tem de satisfazer $\delta = m\lambda$. Olhando a figura vemos que $\delta = d\operatorname{sen}\psi + d\operatorname{sen}\theta$. Daí a condição de interferência construtiva $d\,(\operatorname{sen}\psi + \operatorname{sen}\theta) = m\lambda$, com $m = 0, 1, 2, ...$

(b) Queremos resolver: $2\operatorname{sen}30° = 1 = 10\,\dfrac{\lambda}{d} \Longrightarrow \dfrac{d}{\lambda} = 10$

Questão 3

Um átomo de hidrogênio se encontra no estado fundamental. Um elétron com energia cinética $E_{cin} = 30\ eV$ colide com este átomo e lhe transfere parte de sua energia. Após a colisão, o átomo se encontra num estado excitado com número quântico n. Decorrido um intervalo de tempo Δt após a colisão, o átomo volta ao estado fundamental emitindo um fóton com energia igual a $12,1\ eV$.

(a) (1,0 ponto) Qual é o comprimento de onda de de Broglie do elétron incidente?

(b) (1,0 ponto) Determine o nível n do estado excitado do hidrogênio.

(b) (0,5 ponto) Calcule a incerteza mínima na energia do fóton emitido sabendo que $\Delta t = 10^{-8}\ s$.

Dados: $m_e = 9,11 \times 10^{-31}\ kg, \quad h = 6,63 \times 10^{-34}\ J \cdot s, \quad 1\ eV = 1,6 \times 10^{-19}\ J$

Solução da questão 3

(a) $$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2\,m\,E_{cin}}} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times (9,11 \times 10^{-31}) \times 30 \times (1,6 \times 10^{-19})}} \sim 2,2 \times 10^{-10}\ m$$

(b) $$\Delta E = hf = 12,1\ eV = -13,6\left(\frac{1}{n^2} - 1\right) \Leftrightarrow n = \sqrt{\frac{13,6}{1,5}} \sim 3$$

(c) $$\Delta E_{min} = \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{2\pi 10^{-8}} \sim \frac{10^{-34}}{10^{-8}} = 10^{-26}\ J$$

Questão 4

Uma partícula de massa m está sujeita a um movimento harmônico simples devido a uma força asssociada à energia potencial $U(x) = k'x^2/2$. O estado desta partícula é representado pela função de onda independente do tempo

$$\psi(x) = A \exp[-m\,\omega\, x^2/(2\hbar)],$$

com $\omega = \sqrt{k'/m}$.

(a) (1,0 ponto) Escreva a equação de Schrödinger independente do tempo da partícula e determine o valor da energia E associada a $\psi(x)$.

(b) (1,0 ponto) Usando a condição de normalização da função de onda, determine A.

(c) (0,5 ponto) Explicar em qual posição é mais provável encontrar a partícula.

Dado: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\pi/a}$

Solução da questão 4

(a) $\dfrac{-\hbar^2}{2m}\dfrac{d^2\psi}{dx^2} + \dfrac{k'x^2}{2}\psi = E\psi \quad (*)$

$\psi = A\exp[-m\,\omega\,x^2/(2\hbar)] \Longrightarrow \dfrac{d^2\psi}{dx^2} = \left[\dfrac{-m\omega}{\hbar} + \left(\dfrac{m\omega x}{\hbar}\right)^2\right]\psi$. Inserindo em (*) e usando $k' = m\omega^2$ obtemos $\boxed{E = \hbar\omega/2}$

(b) $\displaystyle\int |\psi|^2 dx = 1 = A^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-m\omega x^2/\hbar} dx = A^2\sqrt{\frac{\pi\hbar}{m\omega}} \Longrightarrow A = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4}$

(c) $|\psi|^2$ é máxima para $x = 0 \Longrightarrow$ é mais provável encontrar a partícula em $x = 0$.