P2

Física IV

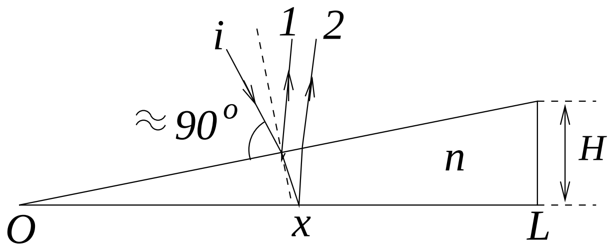
Escola Politécnica - 2007

FAP 2204 - GABARITO DA P2

23 de outubro de 2007

Questão 1

Uma película delgada em forma de cunha com comprimento L e altura $H << L$, mostrada na figura, é iluminada por luz monocromática de comprimento de onda λ. Suponha que a cunha está suspensa no ar e que seu índice de refração $n > n_{ar}$. A luz incidente i é praticamente perpendicular à superfície da cunha, e a interferência dos raios 1 e 2 na figura abaixo provoca uma figura de interferência formada por franjas claras e escuras.



(a) (1,0 ponto) Calcule as distâncias x a partir do ponto O onde aparecem as franjas escuras.

(b) (1,0 ponto) Supondo que a última franja escura esteja em $x = L$, calcule o número total de franjas escuras que podemos observar no processo de interferência.

(c) (0,5 ponto) Que tipos de franjas observaremos quando a luz for branca?

Solução da questão 1

(a) Olhando a figura, vemos que o raio 2 percorre uma distância $2t$ dentro da cunha, onde $t = Hx/L$. Seu comprimento de onda vai mudar: $\lambda \to \lambda_n = \lambda/n$. O raio 1 ao ser refletido pela cunha ganha uma fase de π. Assim, as fases ϕ_2 e ϕ_1 dos raios 1 e 2 são dadas por

$$\phi_1 = \pi$$
$$\phi_2 = 2\pi\frac{2t}{\lambda_n} = \frac{4\pi t}{\lambda_n}.$$

A condição para haver franjas escuras é:

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = \frac{4\pi t}{\lambda_n} - \pi = (2m-1)\pi \Longrightarrow t = \frac{m\lambda_n}{2} = \frac{m\lambda}{2n},$$

onde $m = 0, 1, 2, ...$ ($m = 0 \Rightarrow t = 0$ e corresponde à ponta da cunha). De $t = Hx/L$ obtemos

$$x = \frac{tL}{H} \Longrightarrow \boxed{x_e = \frac{m\lambda L}{2nH}}$$

(b) Do item anterior obtemos

$$m = \frac{2nHx_e}{\lambda L},$$

O maior valor de $m \equiv M$ corresponde a $x_e = L$,

$$M = \frac{2nH}{\lambda}$$

O número total de franjas escuras é igual a $M + 1$ ($m = 0, 1, 2, ..., M$).

$$\boxed{\text{Total de franjas escuras} = \frac{2nH}{\lambda} + 1}$$

(c) Quando a luz for branca aparecerão franjas de cores diferentes, em diferentes regiões, correspondentes aos diferentes comprimentos de onda da luz, analogamente ao que ocorre em películas de sabão.

Questão 2

Uma fonte de luz emite luz com dois comprimentos de onda λ_1 e λ_2 com $\lambda_2 > \lambda_1$. A fonte é usada na experiência de Young de dupla fenda. A distância entre as fendas é d e a observação das franjas de interferência é feita num anteparo a uma distância $L >> d$ das fendas. Os ângulos de observação das franjas são tais que $\operatorname{sen}\theta \approx \tan\theta \approx \theta$.

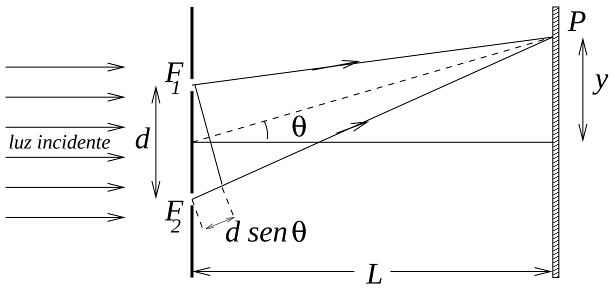
(a) (0,5 ponto) Faça um esquema da experiência indicando na figura L, d e θ.

(b) (1,0 ponto) Sabendo que o máximo de terceira ordem da luz com comprimento de onda λ_1 é observado no anteparo num ponto com ordenada y_1, calcule o comprimento de onda λ_1.

(c) (1,0 ponto) Determine a distância de separação no anteparo entre os máximos de segunda ordem correspondentes aos comprimentos de onda λ_1 e λ_2.

Solução da questão 2

(a) Na figura abaixo, F_1 e F_2 são as fendas, a distância entre as fendas é d e a distância entre as fendas e o anteparo é L.



(b) A condição para que o ponto P da figura seja um máximo é que a diferença de percurso entre os raios que partem das duas fendas seja um número inteiro de comprimentos de onda: $d\text{sen}\theta = m\lambda_1$. Para pequenos ângulos, $\text{sen}\theta \approx \theta \approx \tan\theta = y/L$, e podemos escrever

$$d\frac{y}{L} = m\lambda_1.$$

Para $m = 3$, $y = y_1$ e obtemos

$$\boxed{\lambda_1 = \frac{dy_1}{3L}}$$

(c) Usando os resultados do item (b) temos para a onda 2: $\lambda_2 = dy_2/(mL)$. Assim, a distância entre os máximos com $m = 2$ das duas ondas é

$$\boxed{y_2 - y_1 = \frac{mL(\lambda_2 - \lambda_1)}{d}, \quad m = 2}$$

Questão 3

Luz monocromática de comprimento de onda λ incide sobre duas fendas idênticas, cujos centros estão separados por uma distância d. A luz que passa pelas fendas incide num anteparo situado a uma distância $L >> d$ das fendas.

(a) (1,0 ponto) Se $d = 10\lambda$, e a largura das fendas é desprezível comparada com a separação entre elas, quantas linhas de intensidade zero serão observadas no anteparo entre $-\pi/6 \leq \theta \leq \pi/6$. Justifique.

(b) (1,0 ponto) Se considerarmos agora que a largura de cada uma das fendas é $a = 2\lambda$, os efeitos de difração em cada uma das fendas podem contribuir para os mínimos de intensidade. No caso de duas fendas a intensidade é dada por

$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \left[\frac{\text{sen}(\beta/2}{\beta/2} \right]^2, \qquad \phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \text{sen}\theta, \qquad \beta = \frac{2\pi a}{\lambda} \text{sen}\theta.$$

Neste caso, quantas linhas de intensidade zero serão observadas entre $-\pi/6 \leq \theta \leq \pi/6$?

(c) (0,5 ponto) Admitindo que a intensidade da luz incidente é I, imediatamente antes de passar pelas fendas, qual é a intensidade da luz emergente de cada uma das fendas? Justifique.

Solução da questão 3

(a) Os máximos ocorrem para sen$\theta = m\lambda/d = m/10$. Porém, $-1/2 \leq$ sen$\theta \leq 1/2$. Combinando as duas expressões obtemos $-1/2 \leq m/10 \leq 1/2$. Assim, existem no intervalo 11 regiões iluminadas correspondentes a $m = 0, \pm 1, ... \pm 5$ e portanto 10 linhas de intensidade nula que estão entre os máximos.

Ou, combinando diretamente a condição para haver mínimos, sen$\theta = (n+1/2)\lambda/d = (n+1/2)/10$, com $-1/2 \leq$ sen$\theta \leq 1/2$ obtemos $-11/2 \leq n \leq 9/2$ que também fornece 10 linhas de intensidade nula ($-5 \leq n \leq 4$).

(b) Os mínimos de difração ocorrem para sen$\theta = p\lambda/a = p/2$ com $-1/2 \leq$ sen$\theta \leq 1/2$. Assim, $-1/2 \leq p/2 \leq 1/2$ e teremos dois mínimos de difração para $p = \pm 1$. Como estes mínimos não coincidem com os mínimos encontrados no item (a) teremos dois mínimos a mais. O número total de mínimos será de 10+2=12.

(c) A intensidade I corresponde a uma densidade de energia (energia por unidade de área por segundo). Independentemente de as fendas serem idênticas ou não a intensidade que emerge de cada fenda será igual a I.

Questão 4

Um feixe de luz com comprimento de onda de 480 nm no vácuo e de intensidade de 10 W/m^2 incide sobre uma placa metálica de 1 cm^2 de área no interior de uma célula fotoelétrica. A função de trabalho do metal é de 2,2 eV. Determine o valor dos seguintes parâmetros com dois algarismos significativos:

(a) (0,5 ponto) A energia dos fótons incidentes em joules e em elétron-volts.

(b) (0,5 ponto) O número de fótons por segundo incidente na placa metálica.

(c) (1,0 ponto) Se a eficiência da conversão fotoelétrica é de 10% (apenas 10% dos fótons arrancam elétrons do metal), calcule a corrente máxima medida na célula quando uma ddp é aplicada entre a placa e o outro eletrodo.

(d) (0,5 ponto) Repita o cálculo do item (c) quando o comprimento de onda da luz incidente for alterado para 660 nm.

<u>Dados</u>: $h = 6,6 \times 10^{-34}$ J·s, $c = 3,0 \times 10^{8}$ m/s, 1 eV $= 1,6 \times 10^{-19}$ J e 1 nm $= 10^{-9}$ m, carga do elétron $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C.

Solução da questão 4

(a) A energia do fóton é dada por

$$E_f = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,6 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{480 \times 10^{-9}} \approx 4,1 \times 10^{-19} J$$
$$\Longrightarrow \qquad E_f = \frac{4,1 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} \approx 2,6\ eV$$

(b) O número de fótons por segundo é

$$\frac{N_f}{\text{seg}} = \frac{\text{área} \times I}{E_f} = \frac{10^{-4} \times 10}{4,3 \times 10^{-19}} \approx 2,4 \times 10^{15}.$$

(c) Como $E_f > \phi$, haverá emissão fotoelétrica e a corrente será

$$i = \text{eficiência} \times \frac{N_f}{\text{seg}} \times e = 0,1 \times (2,4 \times 10^{15}) \times (1,6 \times 10^{-19}) \approx 3,8 \times 10^{-5}\text{A}.$$

(d) Neste caso a energia do fóton será

$$E_f = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,6 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{(660 \times 10^{-9})(1,6 \times 10^{-19})} \approx 1,9\ eV,$$

menor do que a função de trabalho ($\phi = 2,2\ eV$), logo a corrente será zero.

Formulário

<u>Vetor de Poynting</u> $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}, \quad I =< S >$

<u>Interferência com duas fendas</u>:

$d\text{sen}\theta = m\lambda \quad m = 0, \pm1, \pm2, ...$ (interferência construtiva)

$d\text{sen}\theta = (m + 1/2)\lambda \quad m = 0, \pm1, \pm2, ...$ (interferência destrutiva)

$I = I_0 \cos^2(\phi/2), \quad \phi = 2\pi d \,\text{sen}\,\theta/\lambda$

<u>Difração</u>:

$a \,\text{sen}\,\theta = m\lambda, \quad m = \pm1, \pm2, \pm3...$ (interferência destrutiva)

$I = I_0 \left[\frac{\text{sen}\,(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2, \quad \beta = 2\pi a \,\text{sen}\,\theta/\lambda$

<u>Efeito fotoelétrico</u>

$E_f = hf = hc/\lambda, \quad E_{cin}^{max} = hf - \phi$