P2

Física IV

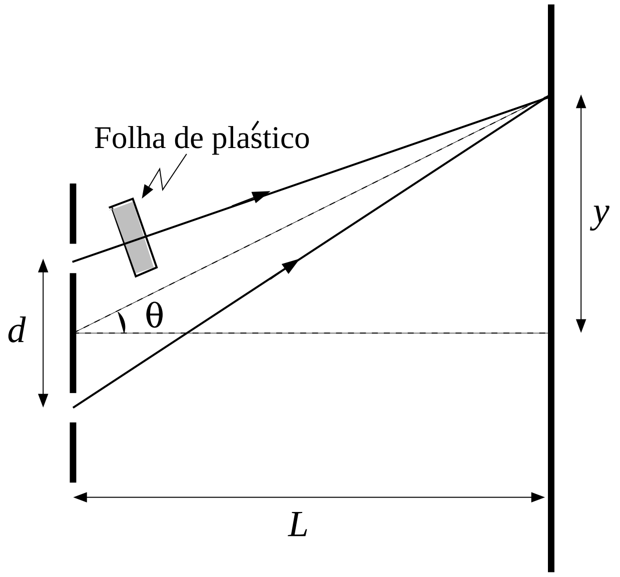
Escola Politécnica - 2008

FAP 2204 - GABARITO DA P2

21 de outubro de 2008

Questão 1

Considere a experiência da dupla fenda. O comprimento de onda da luz utilizada é λ_0, a separação das fendas é d e a distância à tela é igual a L ($L >> d$). Uma folha delgada de plástico, com espessura ϵ e índice de refração n, é colocada perto da fenda de cima. Como $L >> d$ os raios mostrados na figura abaixo são aproximadamente paralelos.

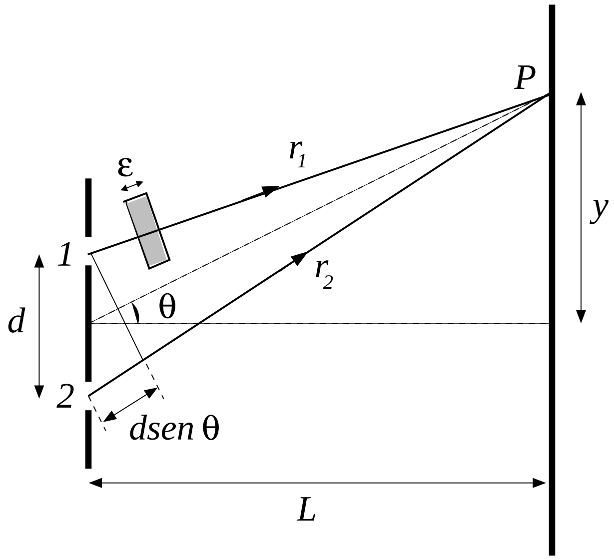


(a) (1,5 ponto) Deduza a condição para haver interferência construtiva entre as ondas provenientes das duas fendas. Escreva sua resposta em função de d, θ, ϵ, λ_0, e n.

(b) (1,0 ponto) Devido à folha de plástico, o máximo central da figura de interferência se desloca de uma distância y para cima. Para $d = 0,3$ mm, $L = 1$ m, $\epsilon = 0,05$ mm e $n = 1,5$ calcule a distância de deslocamento (o resultado independe de λ_0).

Solução da questão 1

(a) Denominando r_1 e r_2 a distância entre as fendas 1 e 2 e o ponto P onde se observa a interferência, conforme a figura abaixo,



vemos que a condição para interferência construtiva é

$$2\pi\,\frac{r_2}{\lambda_0} - 2\pi\left(\frac{r_1-\epsilon}{\lambda_0} + \frac{\epsilon}{\lambda}\right) = 2\pi m,$$

onde $\lambda = \lambda_0/n$ é o comprimento de onda da luz dentro da folha de plástico e $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. Simplificando e rearranjando os termos obtemos

$$\frac{r_2 - r_1}{\lambda_0} - \frac{\epsilon}{\lambda} + \frac{\epsilon}{\lambda_0} = m.$$

Temos: $r_2 - r_1 \approx d\text{sen}\theta$ e $\lambda = \lambda_0/n$

$$\Longrightarrow \frac{d\text{sen}\theta}{\lambda_0} - \frac{n\,\epsilon}{\lambda_0} + \frac{\epsilon}{\lambda_0} = m \Longrightarrow \boxed{d\,\text{sen}\,\theta - (n-1)\epsilon = m\lambda_0}$$

(b) O máximo central é obtido colocando-se $m = 0$ na expressão acima. Usando a aproximação $\text{sen}\,\theta \approx \tan\theta = y/L$ obtemos

$$d\frac{y}{L} - (n-1)\epsilon = 0 \Longrightarrow \boxed{y = \frac{L(n-1)\epsilon}{d} = \frac{10^3 \times (1,5-1) \times 0,05}{0,3} \approx 83 \text{ mm}}$$

Questão 2

Uma película de sabão, suspensa na vertical no ar, é iluminada pela luz solar cuja faixa de emissão no visível se situa entre 440 e 690 nanômetros. A película tem espessura de 330 nanômetros. Considere que a luz incide quase normalmente e que o índice de refração do ar é 1 e o da solução água-sabão é 4/3.

(a) (1,0 ponto) Na reflexão da luz solar pela película qual é o comprimento de onda no espectro visível que interfere construtivamente?

(b) (0,5 ponto) Com o decorrer do tempo a espessura da película tende a diminuir e a película muda de cor. Para quais espessuras da película a luz de cor violeta (440 nanômetros) interfere construtivamente?

(c) (1,0 ponto) Repita o item (a) para uma película de água e sabão de espessura igual a 390 nanômetros depositada sobre uma superfície de vidro com índice de refração igual a 1,4.

Formulário

Películas finas: Ao incidir sobre um meio com índice de refração maior do que aquele no qual a luz se propaga, o raio refletido sofre uma mudança de fase igual a π radianos. Ao percorrer uma distância d num meio com índice de refração n, a fase de um raio de luz sofre uma mudança igual a $2\pi nd/\lambda_0$, onde λ_0 é o comprimento de onda da luz no vácuo. A interferência construtiva de dois raios de luz ocorre quando a diferença entre as fases dos dois raios (incluídos os fatores π devidos à reflexão mencionados acima) é igual a $2m\pi$, onde m é um inteiro. Na interferência destrutiva a diferença de fase é igual a $(2m+1)\pi$.

Interferência com duas fendas:

$d\text{sen}\theta = m\lambda \quad m = 0, \pm1, \pm2, ...$ (interferência construtiva)

$d\text{sen}\theta = (m + 1/2)\lambda \quad m = 0, \pm1, \pm2, ...$ (interferência destrutiva)

$I = I_0 \cos^2(\phi/2), \quad \phi = 2\pi d \,\text{sen}\,\theta/\lambda$

Difração:

$a \,\text{sen}\,\theta = m\lambda, \quad m = \pm1, \pm2, \pm3...$ (interferência destrutiva)

$$I = I_0 \left[\frac{\text{sen}\,(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2, \quad \beta = 2\pi a \,\text{sen}\,\theta/\lambda$$

Interferência e difração com duas fendas:

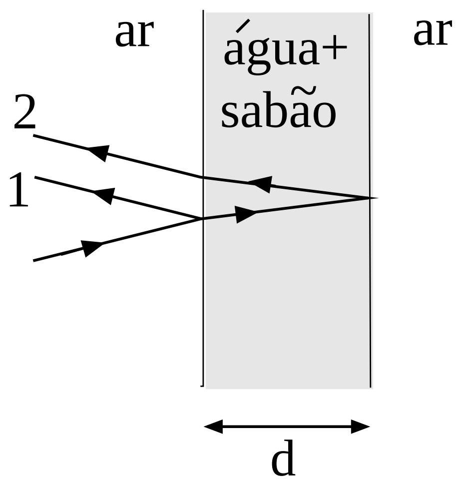
$$I = I_0 \cos^2(\phi/2) \left[\frac{\text{sen}\,(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2, \quad \phi = 2\pi d \,\text{sen}\,\theta/\lambda \quad \text{e} \quad \beta = 2\pi a \,\text{sen}\,\theta/\lambda$$

Efeito fotoelétrico:

$E_f = hf = hc/\lambda, \quad E_{cin}^{max} = hf - \phi$

Solução da questão 2

(a) O meio em ambos os lados do película tem índice de refração menor do que o da água+sabão. Assim, o raio 2 na figura abaixo não adquire uma fase de π ao se refletir na face posterior da película.



A condição para haver interferência construtiva é

$$2\pi\frac{2d}{\lambda/n} - \pi = 2\pi m \Longrightarrow \boxed{\lambda = \frac{2nd}{m+1/2} = \frac{1760}{2m+1}\ \text{nm}},$$

onde m é um inteiro e λ é o comprimento de onda da luz no ar. Para $m = 0$, $\lambda = 1760$ nm; para $m = 1$, $\lambda = 587$ nm e para $m = 2$, $\lambda = 352$ nm. Apenas $m = 1$ tem comprimento de onda na faixa da luz visível, portanto $\boxed{\lambda = 587\ \text{nm}}$.

(b) Da expressão do item (a) com $\lambda = 440$ nm obtemos

$$\boxed{d = \frac{(m+1/2)\lambda}{2n} = 165(m+1/2)\ \text{nm}}.$$

Há duas soluções: $\boxed{d = 82,5\ \text{nm (m=0)}}$ e $\boxed{d = 247,5\ \text{nm (m=1)}}$. Para $m > 1$ a espessura da película é maior do que a espessura inicial.

(c) Quando a película de sabão+água está sobre uma chapa de vidro o raio 2 adquire uma fase de π ao se refletir na face posterior. Para haver interferência construtiva devemos ter

$$2\pi\frac{2d}{\lambda/n} + \pi - \pi = 2\pi p \Longrightarrow \boxed{\lambda = \frac{2nd}{p} = \frac{1040}{p}\ \text{nm}}$$

e a cor no visível corresponde a $p = 2 \Longrightarrow \boxed{\lambda = 520\ \text{nm}}$

Questão 3

Duas fendas de largura a estão separadas por uma distância $d = 4a$ (distância entre os centros das fendas). As fendas são igualmente iluminadas por uma luz coerente monocromática de frequência f_0. Num anteparo situado diante das fendas a uma distância $D >> d$, são observados os efeitos da interferência e da difração.

(a) (0,5 ponto) O primeiro mínimo de difração no anteparo está situado a um ângulo $\theta = 30^\circ$ em relação à direção normal às fendas. Qual é o comprimento de onda da luz incidente em termos da largura das fendas?

(b) (0,5 ponto) Qual é a abertura angular do principal máximo de difração (o ângulo entre os dois mínimos que delimitam este máximo)? Explique.

(c) (1,0 ponto) Quantas regiões iluminadas atribuídas à interferência entre as duas fendas são observadas na região compreendida pelo máximo principal de difração?

(d) (0,5 ponto) Se a luz coerente proveniente de cada uma das fendas possuísse entre elas uma diferença de fase de 180°, qual será a intensidade luminosa em $\theta = 0^\circ$?

Solução da questão 3

(a) A condição para a interferência destrutiva na difração é $a\text{sen}\theta = m\lambda,\ m \neq 0$. Os primeiros mínimos são obtidos colocando-se $m = \pm 1$. Para $m = 1$ e $\theta = 30°$ obtemos

$$a\text{sen}30° = \lambda \Longrightarrow \boxed{\lambda = \frac{a}{2}}$$

(b) O máximo principal ocorre para $\theta = 0°$. Ele é delimitado pelos mínimos associados a $m = \pm 1$ que ocorrem para $\theta = \pm 30°$. Portanto, a abertura angular é igual a $\boxed{2\theta = 60°}$.

(c) Os máximos de interferência ocorrem quando

$$\frac{\phi}{2} = \frac{\pi d}{\lambda}\text{sen}\theta = \pi m \Longrightarrow \boxed{\text{sen}\theta = m\frac{\lambda}{d} = \frac{m}{8}},$$

onde usamos $\lambda = a/2$ e $d = 4a$. Para $-30° \leq \theta \leq 30°$, $-1/2 \leq \text{sen}\theta \leq 1/2$ e $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$, ou seja <u>existem 7 máximos</u> (as soluções correspondentes a $m \pm 4 \Leftrightarrow \theta = \pm 30°$ são excluídas porque para estes ângulos a intensidade é nula devido à difração.

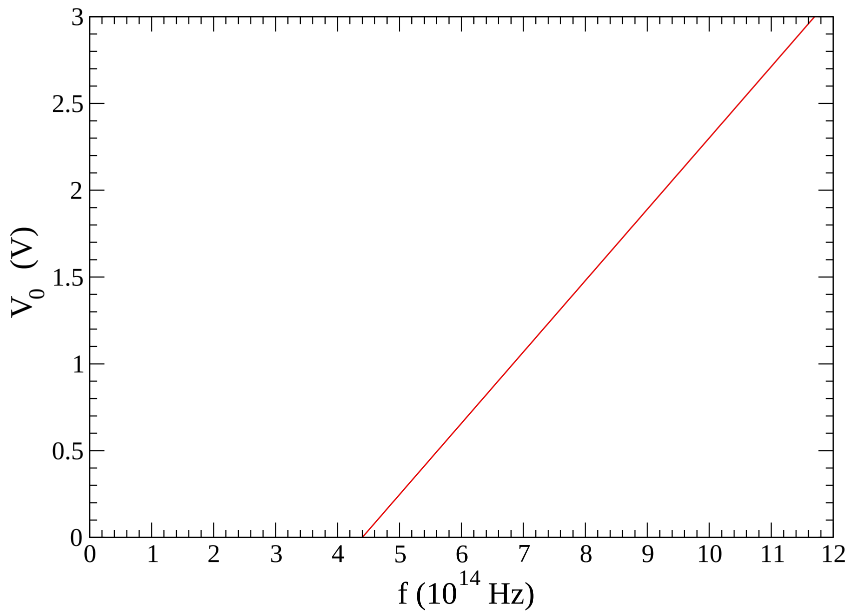
(d) Neste caso <u>a intensidade será nula</u> devido à defasagem de $180°$ dos campos elétricos que chegam ao ponto central do anteparo.

Questão 4

No efeito fotoelétrico, elétrons são arrancados da superfície de um material fazendo-se incidir luz sobre esta superfície. A energia cinética máxima destes elétrons, E_{cin}^{max}, pode ser determinada freiando-os através de uma diferença de potencial V_0.

(a) (1,0 ponto) Calcule E_{cin}^{max} em termos de V_0 e da carga do elétron, q_e.

(b) (1,5 ponto) Usando o gráfico abaixo de V_0 em função da frequência da luz incidente (medida em unidades de 10^{14} Hz), para o sódio, calcule a função de trabalho do sódio e o comprimento de onda máximo para haver efeito fotoelétrico. Considere $h = 4,1 \times 10^{-15}$ eV.s.



Solução da questão 4

(a) Usando conservação de energia obtemos

$$\boxed{E_{cin}^{max} = q_e V_0}$$

(b) A energia cinética máxima é dada por

$$E_{cin}^{max} = hf - \phi,$$

Na frequência limiar $E_{cin}^{max} = 0 \implies hf_{limiar} = \phi$. Do gráfico obtemos $f_{limiar} \approx 4,4 \times 10^{14}$ Hz.

$$\boxed{\phi = hf_{limiar} \approx (4,1 \times 10^{-15}) \cdot (4,4 \times 10^{14}) \approx 1,8 \;\; \text{eV}}$$

$$\boxed{\lambda_{limiar} = \frac{c}{f_{limiar}} \approx 6,8 \times 10^{-7} \;\; \text{m}}$$