# Física IV - 4320402

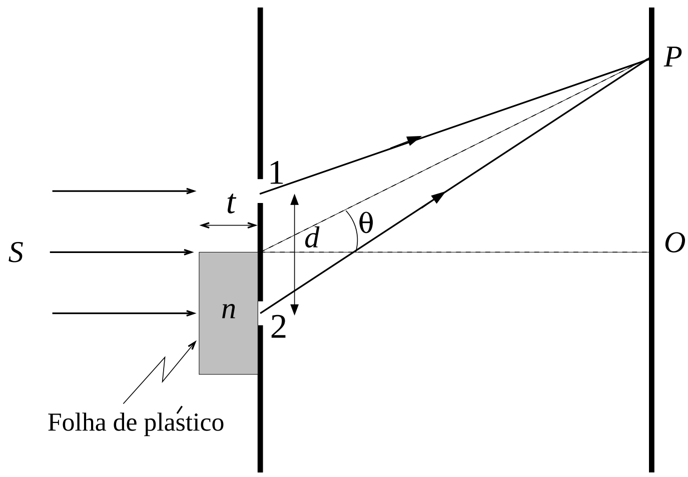
Escola Politécnica - 2010

GABARITO DA P2

**19 de outubro de 2010**

## Questão 1

Uma folha de plástico, com índice de refração $n$ e espessura $t$, é usada para cobrir uma das fendas em um experimento de Young (fenda 2 na figura). As fendas são iluminadas perpendicularmente com luz monocromática de comprimento de onda $\lambda_0$ (valor no vácuo), que parte de uma fonte de luz S pontual muito distante. A tela de observação é paralela e muito distante do anteparo. A largura das fendas é desprezível em relação à distância $d$ entre elas.




(a) (1,5 ponto) Determine a diferença de fase $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ entre as ondas que partem da fenda 2 e da fenda 1, contribuindo para a intensidade da luz em um ponto $P$ da tela indicado pela posição angular $\theta$.

(b) (1,0 ponto) Determine a espessura mínima $t_{mín}$ da folha de plástico para que o ponto $O$ no centro da tela fique escuro (interferência destrutiva).

**Solução da questão 1**

(a) A diferença de fase entre o raio que atravessa a fenda 2 com a folha de plástico e o raio que atravessa a fenda 1 sem o plástico é

$$\Delta\phi = k_{filme}\, t + kd\text{sen}\theta - kt = 2\pi\left[\frac{n}{\lambda_0}t + \frac{1}{\lambda_0}d\text{sen}\theta - \frac{1}{\lambda_0}t\right] = \frac{2\pi}{\lambda_0}\left[(n-1)t + d\text{sen}\theta\right] .$$

(b) A condição para interferência destrutiva é

$$\Delta\phi = \left(m + \frac{1}{2}\right)2\pi \Longrightarrow \frac{2\pi}{\lambda_0}\left[(n-1)t + d\text{sen}\theta\right] = \left(m + \frac{1}{2}\right)2\pi$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{\lambda_0}\left[(n-1)t + d\text{sen}\theta\right] = m + \frac{1}{2}, \quad m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, ...$$

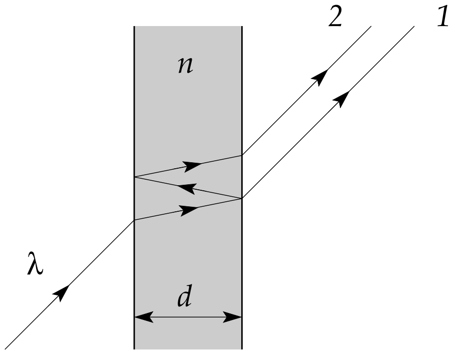
Assim, para que o centro da tela ($\theta = 0$) fique escuro

$$\frac{1}{\lambda_0}\left[(n-1)t\right] = m + \frac{1}{2} \Longrightarrow \boxed{t_{mín} = \frac{\lambda_0}{2(n-1)}},$$

onde usamos que o menor $t$ corresponde a $m = 0$.

## Questão 2

Um filme fino de um material transparente com espessura $d$ e índice de refração $n > 1$ é suspenso no ar (considere $n_{ar} = 1$). Luz monocromática plana de comprimento de onda $\lambda$ (valor no vácuo) incide perpendicularmente sobre o filme e a luz transmitida é observada do outro lado do filme.




(a) (1,5 ponto) Considere a interferência entre a onda 1 transmitida diretamente com a onda 2 que sofre duas reflexões, como indicadas na figura (para facilitar a visualização a figura foi desenhada para uma incidência oblíqua, mas a resolução deve-se limitar ao caso da incidência normal). Derive e justifique as condições de interferências construtivas e destrutivas de transmissão em termos da espessura $d$ do filme, do comprimento de onda $\lambda$ e do índice de refração $n$.

(b) (0,5 ponto) Qual é a espessura mínima $d_{mín} > 0$ do filme em que o máximo de transmissão (interferência construtiva) é observado quando $n = 1,3$ e $\lambda = 520$ nm?

(c) (0,5 ponto) Para $n = 1,3$ e para a espessura $d_{mín}$ do filme encontrada no item (b) existem outros máximos de transmissão no espectro visível (400nm $\leq \lambda \leq$ 700nm)?

**Solução da questão 2**

(a) **Primeira Solução**

Máximo de transmissão: os raios 1 e 2 vão interferir construtivamente. Para isto,

$$2\pi \frac{2dn}{\lambda} = p\, 2\pi \Longrightarrow \boxed{2dn = p\lambda \quad p = 1, 2, 3, ...}$$

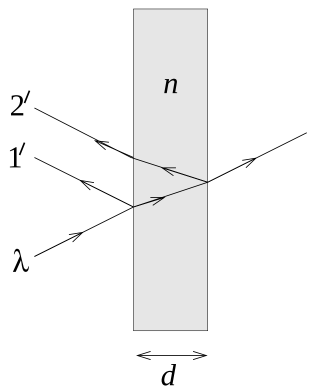
Mínimo de transmissão: os raios 1 e 2 vão interferir destrutivamente. Para isto,

$$2\pi \frac{2dn}{\lambda} = \left(p + \frac{1}{2}\right) 2\pi \Longrightarrow \boxed{2dn = \left(p + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad p = 0, 1, 2, 3, ...}$$

---

**Segunda Solução**

Para haver um máximo de transmissão, a reflexão deve ser mínima (conservação de energia) e, analogamente, para haver um mínimo de transmissão a reflexão deve ser máxima.




Máximo de transmissão: os raios $1'$ e $2'$ vão interferir destrutivamente. Para isto,

$$2\pi \frac{2dn}{\lambda} - \pi = \left(p + \frac{1}{2}\right) 2\pi \Longrightarrow \boxed{2dn = (p+1)\, \lambda \quad p = 0, 1, 2, 3, ...}$$

Mínimo de transmissão: os raios $1'$ e $2'$ vão interferir construtivamente. Para isto,

$$2\pi \frac{2dn}{\lambda} - \pi = p\, 2\pi \Longrightarrow \boxed{2dn = \left(p + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad p = 0, 1, 2, 3, ...}$$

Os resultados usando os dois métodos são iguais.

(b) A espessura mínima $d_{mín}$ para haver um máximo de transmissão é obtida com $p = 0$.

$$\boxed{d_{mín} = \frac{\lambda}{2n} = \frac{520}{4 \times 1,3} = 200 \text{ nm}}.$$

(c) Para ser um máximo de transmissão o comprimento de onda $\lambda^*$ no visível deve satisfazer

$$2d_{mín}n = (p+1)\,\lambda^* \,.$$

Mostramos no item (b) que $d_{mín} = \lambda/2n$, portanto

$$2\frac{\lambda}{2n}n = (p+1)\,\lambda^* \Longrightarrow \lambda^* = \frac{\lambda}{p+1} = \frac{520\,\text{nm}}{p+1}\,, \quad p = 0, 1, 2, 3, ...$$

A solução $p = 0$ corresponde ao comprimento de onda dado no problema, para $p > 0$ os comprimentos de onda estão fora do espectro visível ($400\,\text{nm} \leq \lambda \leq 700\,\text{nm}$).

## Questão 3

Uma rede de difração é formada com $N$ fendas idênticas de largura desprezível em relação à distância $d$ de separação entre elas. Sobre esta rede há incidência normal de luz com dois comprimentos de onda $\lambda_1$ e $\lambda_2$, próximos entre si, sendo $\lambda_2 > \lambda_1$. Considere o padrão de difração por esta rede em uma tela muito distante do anteparo.

(a) (1,0 ponto) Para a onda de comprimento de onda $\lambda_2$, determine o ângulo $\theta_2$ que o máximo principal de ordem $m$ faz com a direção da onda incidente.

(b) (1,0 ponto) Para a onda de comprimento de onda $\lambda_1$, determine o ângulo $\theta_1$ que o primeiro mínimo depois do máximo principal de ordem $m$ faz com a direção da onda incidente.

(c) (0,5 ponto) Determine o "poder de resolução cromático" $\lambda_1/(\lambda_2 - \lambda_1)$ desta rede de difração, em termos do número de fendas $N$ e da ordem do espectro $m$.

Dado: $I = I_0 \left[ \frac{(\text{sen}(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)} \right]^2, \quad \frac{\phi}{2} = \pi \frac{d\,\text{sen}\,\theta}{\lambda}.$

**Solução da questão 3**

(a) Como a largura das fendas é desprezível, não precisamos levar em conta efeitos de difração. A intensidade na figura de interferência é dada por

$$I(\theta) = I_0 \left[\frac{\operatorname{sen}(N\phi/2)}{\operatorname{sen}(\phi/2)}\right]^2 , \quad \text{onde} \quad \frac{\phi}{2} = \frac{\pi}{\lambda} d \operatorname{sen}\theta\,.$$

Os máximos globais ocorrem quando o numerador e o denominador da expressão acima se anulam simultaneamente, ou seja

$$\frac{\phi}{2} = m\pi\,, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, ... \Longrightarrow \boxed{\operatorname{sen}\theta_2 = m\frac{\lambda_2}{d}}\,.$$

(b) Os mínimos de intensidade ocorrem quando apenas o numerador se anula. Isto ocorre para

$$N\frac{\phi}{2} = p\,\pi \quad \text{com} \quad p \neq Nm$$

$$p = Nm + 1 \quad (1^{\underline{\text{os}}} \text{ mínimos}) \Longrightarrow N\frac{\phi}{2} = (Nm+1)\pi$$

$$N\frac{\pi}{\lambda_1} d \operatorname{sen}\theta_1 = (Nm+1)\pi \Longrightarrow \boxed{\operatorname{sen}\theta_1 = \frac{\lambda_1}{d}\left(m + \frac{1}{N}\right)}\,.$$

(c) Para podermos distinguir os dois comprimentos de onda em ordem $m$, o máximo de $\lambda_2$ de ordem $m$ deve estar sobre o primeiro mínimo de ordem $m$ de $\lambda_1$ (critério de Rayleigh). Portanto,

$$\operatorname{sen}\theta_1 = \operatorname{sen}\theta_2 \Longrightarrow \frac{\lambda_1}{d}\left(m + \frac{1}{N}\right) = m\frac{\lambda_2}{d} \Longrightarrow \boxed{\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = mN}\,.$$

## Questão 4

Numa célula fotoelétrica, luz de intensidade 10 watts/m$^2$ incide normalmente sobre o catodo com área de 1 cm$^2$ e função de trabalho de 2 eV. A luz possui um comprimento de onda de 500 nm no vácuo. Calcule:

(a) (1,0 ponto) o número de fótons por segundo que incide no alvo;

(b) (1,0 ponto) a corrente fotoelétrica máxima que pode ser obtida nesta célula sabendo-se que apenas 5% dos fótons incidentes são absorvidos pelos elétrons;

(c) (0,5 ponto) o potencial de corte para frear os elétrons mais energéticos emitidos.

**Solução da questão 4**

(a) A energia de um fóton é

$$E_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,6 \times 10^{-34})(3,0 \times 10^{8})}{500 \times 10^{-9}} = 4,0 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

O número $\Gamma$ de fótons incidentes por metro quadrado e por segundo é

$$\Gamma = \frac{I}{E_\gamma} = \frac{10}{4,0 \times 10^{-19}} = 2,5 \times 10^{19} \quad \text{fótons/s}\,.$$

O número de fótons $n$ que atinge o alvo por segundo é

$$n = \Gamma \times (\text{área do alvo}) = 2,5 \times 10^{19} \times 10^{-4} \Longrightarrow \boxed{n = 2.5 \times 10^{15} \quad \text{fótons/s}}\,.$$

(b) A corrente máxima será

$$i_{máx} = q_e n \times (\text{eficiência}) = (1,6 \times 10^{-19})(2.5 \times 10^{15})(0,05) \Longrightarrow \boxed{i_{máx} = 2,0 \times 10^{-5}\ \text{Amperes}}$$

(c) A energia cinética máxima dos fótons emitidos será

$$E_{cin}^{máx} = h\nu - \phi = \frac{4,0 \times 10^{-19}}{1,6 \times 10^{-19}} - 2 = 2,5 - 2,0 \Longrightarrow \boxed{E_{cin}^{máx} = 0,5\ \text{eV}}\,.$$

Portanto, a potencial de corte será $\boxed{0,5\,\text{V}}$

## Formulário

$E_f = hf = hc/\lambda, \quad E_{cin}^{max} = hf - \phi$

Constantes:

$h = 6,6 \times 10^{-34}$ J . s ; $c = 3,0 \times 10^{8}$ m/s ; 1 eV $= 1,6 \times 10^{-19}$ J ; 1 nm $= 10^{-9}$ m ; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C .