Física IV - 4320402

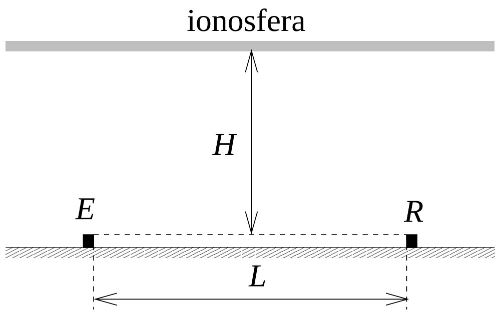
Escola Politécnica - 2012

GABARITO DA P2

16 de outubro de 2012

Questão 1

Ondas longas de rádio, com comprimento de onda λ, de uma estação radioemissora E podem chegar a um receptor R por dois caminhos diferentes. Um deles é uma trajetória retilínea do emissor até o receptor, a uma distância L. O segundo envolve uma reflexão na ionosfera (camada de moléculas de ar ionizadas, quase no topo da atmosfera) que está a uma altura H da superfície da Terra. Admita que a reflexão ocorra num ponto a meio caminho do emissor e do receptor e que a onda sofra uma mudança de fase de π radianos ao ser refletida pela ionosfera.

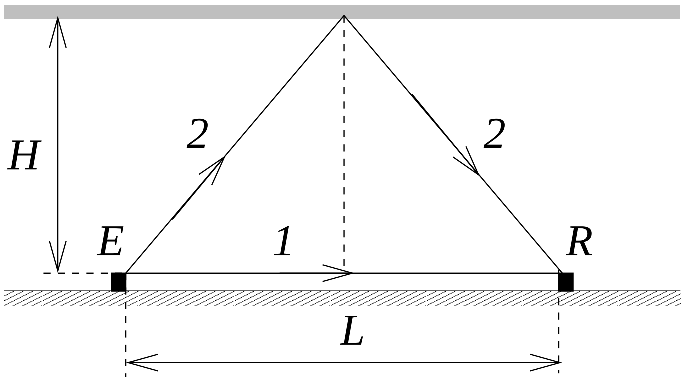


(a) (1,5 ponto) Que condições devem ser obedecidas entre H, L e λ para que haja uma interferência destrutiva entre o feixe direto e o feixe refletido?

(b) (0,5 ponto) A ionosfera começa a uma altura de aproximadamente 90 km. Se a frequência do emissor é igual a 50 kHz e a distância L entre a estação e o receptor é igual a 240 km mostre que nenhum sinal é recebido pelo receptor. Dado: velocidade da luz c = 300 000 km/s.

Solução da questão 1

(a) A diferença de fase $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ entre os percursos 2 e 1 na figura abaixo



é dada por

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\, 2\sqrt{H^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} + \pi - \frac{2\pi}{\lambda}\, L \,.$$

A condição para haver interferência destrutiva é $\Delta\phi = (2m+1)\pi$ com $m = 1, 2, 3, ...$ Ou seja,

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\, 2\sqrt{H^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} + \pi - \frac{2\pi}{\lambda}\, L = (2m+1)\pi \Longrightarrow \boxed{2\sqrt{H^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} - L = m\lambda}\,.$$

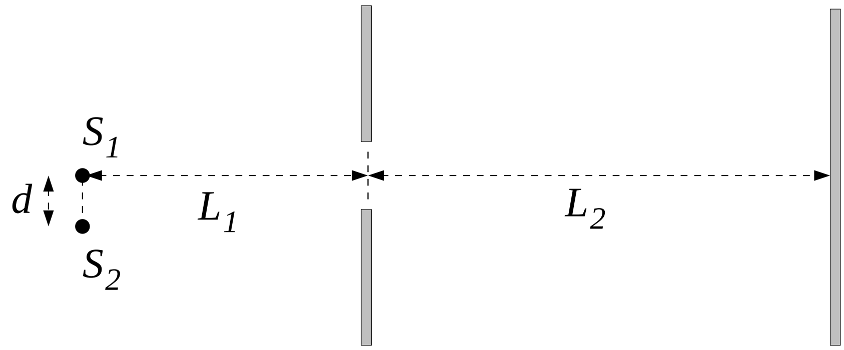
(b) Para nenhum sinal chegar até o receptor R é necessário que a condição de interferência destrutiva deduzida no item (a) possa ser satisfeita para algum m. A $f = 50$ kHz está associado um $\lambda = c/f = 300\,000/50 \times 10^3 = 6$ km. A condição de interferência destrutiva fica então

$$2\sqrt{(90)^2 + (120)^2} - 240 = 6m \Longleftrightarrow 60 = 6m \,.$$

Esta relação é satisfeita para $m = 10$ e vai haver interferência destrutiva onde está o receptor.

Questão 2

Uma fenda estreita é iluminada por uma fonte monocromática puntiforme S_1 a uma distância $L_1 = 0,5\,\text{m}$ da fenda, produzindo uma figura de difração sobre uma tela distante de $L_2 = 1\,\text{m}$ da fenda. A distância entre os mínimos adjacentes ao máximo principal nessa figura é de $2\,\text{cm}$.



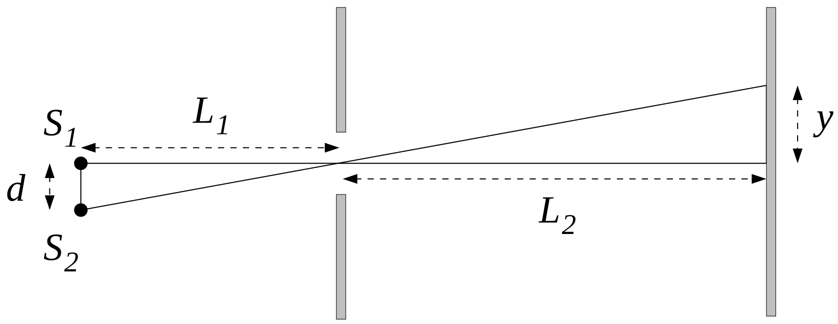
(a) (1,0 ponto) Se a largura da fenda for duplicada, qual será a nova distância entre o mínimos adjacentes ao máximo principal na figura de difração? **Justifique** sua resposta.

(b) (1,0 ponto) Nas condições do enunciado, uma segunda fonte puntiforme S_2, idêntica mas não coerente com a primeira fonte, é colocada a uma distância d da fonte original, paralelamente à direção da largura da fenda. Qual é o menor valor de d para que ainda seja possível identificar pela figura de difração na tela a presença de duas fontes distintas?

Solução da questão 2

(a) A distância entre os mínimos adjacentes ao máximo principal determinam a largura deste máximo. Para pequenos ângulos, esta largura é proporcional à razão entre o comprimento de onda e a largura da fenda. Portanto, duplicando a largura da fenda devemos reduzir pela metade a largura do máximo principal. Sendo assim, a nova distância entre os mínimos adjacentes ao máximo principal na figura de difração deve ser de 1 cm.

(b) Segundo o critério de Rayleigh, é possível distinguir duas fontes luminosas quando as correspondentes figuras de difração têm seus máximos separados por uma distância mínima correspondente à metade da largura desses máximos. Por semelhança de triângulos, conforme a figura,



devemos ter

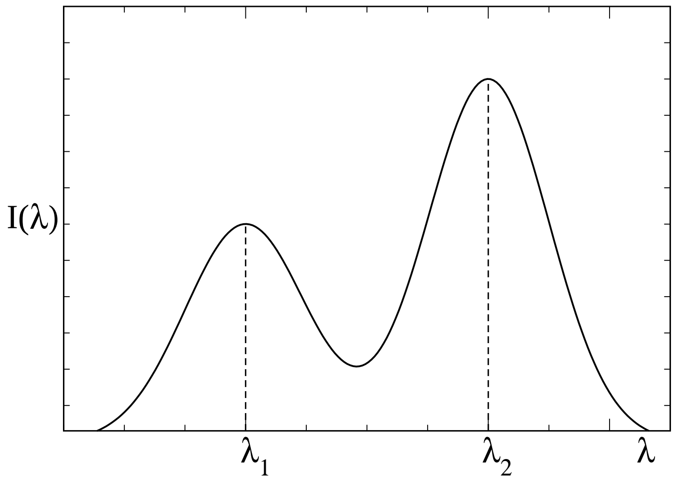
$$\frac{d}{y} = \frac{L_1}{L_2},$$

sendo $y = 1\,\text{cm}$ a metade da largura do máximo central, $L_1 = 0,5\,\text{m}$ a distância entre a fonte original e o anteparo que contém a fenda, e $L_2 = 1\,\text{m}$ a distância entre o anteparo e a tela. Logo,

$$d = \frac{yL_1}{L_2} = 0,5\,\text{cm}.$$

Questão 3

Numa experiência de espalhamento de raios X por um alvo de grafite (efeito Compton) verifica-se que a intensidade $I(\lambda)$ dos raios X espalhados num ângulo θ, medido a partir da direção de incidência, em função do comprimento de onda λ é dada pela curva abaixo, onde $\lambda_1 = 1,000 \times 10^{-10}$ m e $\lambda_2 = 1,012 \times 10^{-10}$ m.



(a) (0,5 ponto) Qual é o comprimento de onda dos raios X incidentes? Justifique.

(b) (1,0 ponto) Calcule o ângulo de espalhamento θ.

(c) (1,0 ponto) Deduza a fórmula para a energia cinética do elétron no espalhamento em função de h, c, λ_1 e λ_2?

(d) (0,5 ponto) Qual seria e equação para $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ se os raios X fossem espalhados por prótons em repouso ao invés de elétrons?

$\boxed{\textbf{Solução da questão 3}}$

(a) O primeiro pico da curva $I(\lambda) \times \lambda$ corresponde ao comprimento de onda dos raios X incidentes. Portanto $\lambda_{incidente} = \lambda_1 = 1,000 \times 10^{-10}$ m.

(b) O ângulo de espalhamento θ é dado pela fórmula de deslocamento de Compton.

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_C(1 - \cos\theta) \quad \text{onde} \quad \lambda_C = \frac{h}{m_0 c} = 2,4 \times 10^{-12} \Longrightarrow \cos\theta = 1 - \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_C} \ .$$

Substituindo os valores vem

$$\cos\theta = 1 - \frac{1,2 \times 10^{-12}}{2,4 \times 10^{-12}} = 0,5 \Longrightarrow \theta = 60^\circ \ .$$

(c) A equação de conservação da energia é

$$h\frac{c}{\lambda_1} + m_0 c^2 = h\frac{c}{\lambda_2} + E_e \ ,$$

onde E_e é a energia total do elétron após o espalhamento. A energia cinética do elétron depois da colisão é $E_{cin} = E_e - m_0 c^2$. Portanto,

$$E_{cin} = h\frac{c}{\lambda_1} - h\frac{c}{\lambda_2} = \frac{hc(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_1 \, \lambda_2}$$

(d) Se fizermos o espalhamento com prótons ao invés de elétrons a única diferença vai ser no comprimento de onda Compton que passa a ser

$$\lambda'_C = \frac{h}{m_p c} \ ,$$

onde m_p é a massa de repouso do próton.

Questão 4

(I) (1,0 ponto) A superfície do Sol está a uma temperatura de 6000 K, enquanto a superfície da supergigante vermelha Betelgeuse está a uma temperatura de 3000 K. Sabendo que a potência irradiada por Betelgeuse é 40 000 vezes a potência irradiada pelo Sol, determine a razão entre o raio de Betelgeuse e o raio do Sol. Admita que as duas estrelas possam ser tratadas como corpos negros.

(II) Uma lâmpada de luz ultravioleta é coberta com um filtro que permite apenas a passagem de luz de comprimento de onda igual a 400 nm. Quando a luz transmitida incide sobre uma superfície metálica, observa-se um fluxo de elétrons emergindo do metal.

(a) (1,0 ponto) Se a intensidade da luz que atinge a superfície é dobrada,

1. mais elétrons são emitidos por unidade de tempo.
2. os elétrons emitidos têm maior energia.
3. as afirmativas 1 e 2 são falsas.
4. as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.

Justifique sua resposta. Não basta indicar a alternativa correta.

(b) (1,0 ponto) O filtro é substituído por outro que transmite apenas luz com comprimento de onda de 300 nm e a lâmpada é ajustada para que a intensidade luminosa incidindo sobre a superfície permaneça a mesma que para luz de comprimento de onda de 400 nm. Com a luz de comprimento de onda de 300 nm,

1. mais elétrons são emitidos por unidade de tempo.
2. os elétrons emitidos têm maior energia.
3. as afirmativas 1 e 2 são falsas.
4. as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.

Justifique sua resposta. Não basta indicar a alternativa correta.

$\boxed{\textbf{Solução da questão 4}}$

(I) A lei de Stefan-Boltzmann estabelece que a intensidade I de radiação de um corpo negro, ou seja, sua potência radiativa P por unidade de área A, é proporcional à quarta potência de sua temperatura T, ou seja,

$$I = \frac{P}{A} = \sigma T^4,$$

em que σ é uma constante. Tomando a razão das intensidades luminosas do Sol (S) e de Betelgeuse (B), temos

$$\frac{P_S}{P_B}\frac{A_B}{A_S} = \left(\frac{T_S}{T_B}\right)^4,$$

de onde concluímos que

$$\frac{A_B}{A_S} = \frac{P_B}{P_S}\left(\frac{T_S}{T_B}\right)^4.$$

Por outro lado, a razão entre as áreas das duas estrelas é igual ao quadrado da razão entre os raios correspondentes, de modo que

$$\frac{R_B}{R_S} = \sqrt{\frac{P_B}{P_S}}\left(\frac{T_S}{T_B}\right)^2,$$

e subsituindo os dados chegamos a

$$\frac{R_B}{R_S} = \sqrt{4 \times 10^4}\left(\frac{6000}{3000}\right)^2 = 800.$$

Portanto, o raio de Betelgeuse é aproximadamente 800 vezes maior que o do Sol.

(II-a) Dobrar a intensidade da radiação luminosa, mantendo fixo o comprimento de onda, significa dobrar o número de fótons no feixe. Cada elétron que emerge da superfície metálica absorveu um único fóton, de modo que dobrar a intensidade faz com que aumente o número de fótons disponíveis para absorção, e consequentemente o fluxo de elétrons. Entretanto, como cada elétron absorve apenas um fóton, sua energia média não se altera.

(II-c) Diminuir o comprimento de onda dos elétrons no feixe significa aumentar a frequência de cada fóton, e consequentemente sua energia. Como a intensidade do feixe luminoso foi mantida constante, o fluxo de fótons foi diminuído, de modo que menos elétrons emerjam da superfície, embora sua energia média se eleve.

Formulário

$d\text{sen}\theta = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

$d\text{sen}\theta = (m + 1/2)\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

$I = I_0 \cos^2(\phi/2), \quad \phi = 2\pi d \,\text{sen}\,\theta/\lambda$

$a \,\text{sen}\,\theta = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3...$

$I = I_0 \left[\dfrac{\text{sen}\,(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2, \quad \beta = 2\pi a \,\text{sen}\,\theta/\lambda\ , \qquad \theta_{mín} \approx \dfrac{\lambda}{a}$

Intensidade total $I = \sigma T^4, \quad \lambda_m T = 2,90 \times 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}\ , \quad I(\lambda) = \dfrac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \dfrac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}\ .$

$E_f = hf = hc/\lambda, \quad E_{cin}^{max} = hf - \phi$

$E = m_0\gamma c^2, \quad \vec{p} = m_0\gamma\vec{v}, \quad E_{cin} = m_0\gamma c^2 - m_0 c^2$, onde $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$,

$E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2 c^4}, \quad \lambda' = \lambda + \lambda_C(1 - \cos\theta)$, onde $\lambda_C = h/(m_0 c) = 2,4 \times 10^{-12}$ m.