Física IV - 4320402

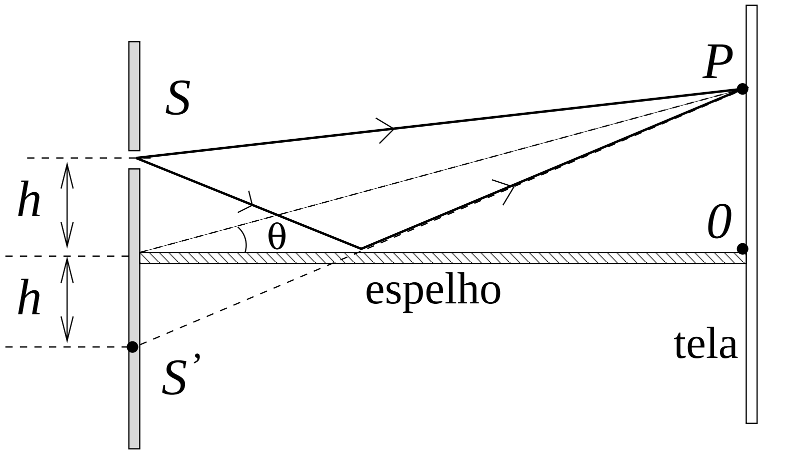
Escola Politécnica - 2013

GABARITO DA P2

15 de outubro de 2013

Questão 1

Luz monocromática de comprimento de onda λ incide sobre uma fenda S. Um espelho metálico plano está a uma distância h abaixo de S, muito menor do que separação entre a fenda e a tela. Na tela aparecem faixas claras e escuras devido à interferência entre as ondas que partem de S e atingem a tela diretamente e via reflexão no espelho.



(a) (0,5 ponto) Contrariamente à experiência de Young, a franja para $\theta = 0$ no ponto O da tela é escura. Explique a diferença.

(b) (1,5 ponto) Deduza a condição que o ângulo θ deve satisfazer para haver interferência construtiva entre as ondas diretas e refletidas no ponto P da tela. Observe que o raio refletido percorre a mesma distância que o raio que parte da imagem virtual S' da fenda S no espelho (veja a figura).

$\boxed{\textbf{Solução da questão 1}}$

(a) Chamemos r_d e r_r o comprimento dos percursos dos raios direto e refletido. No ponto O, $r_d = r_r$ mas ao se refletir no espelho o raio r_r é defasado de π radianos e interfere <u>destrutivamente</u> com o raio direto.

(b) Como a distância entre a tela e a fenda é muito maior do que h, $r_r - r_d = 2h \operatorname{sen}\theta$. Assim, a condição para a interferência construtiva é

$$2\pi\frac{r_2}{\lambda} + \pi - 2\pi\frac{r_1}{\lambda} = 2\pi m \Longrightarrow r_2 - r_1 = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$\Longrightarrow 2h \operatorname{sen}\theta = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad m = 1, 2, 3, ...$$

Questão 2

Um derramamento de querosene de um navio cria uma mancha na superfície do mar. O índice de refração do querosene é 1,4 e o da água 1,3. Os comprimentos de onda da luz visível se encontram no intervalo entre 400 nm e 750 nm.

(a) (1,0 ponto) Voando de avião sobre a mancha e olhando diretamente para baixo numa região em que a mancha tem espessura de 400 nm quais são os comprimentos de onda da luz visível que interferem construtivamente?

(b) (1,0 ponto) Para um mergulhador na mesma região mas embaixo da mancha qual é o comprimento de onda da luz visível que interfere construtivamente?

(c) (0,5 ponto) Na região da mancha, onde a espessura é muito menor do que os comprimentos de onda de luz visível, o observador no avião vê uma interferência construtiva ou destrutiva? Justifique sua resposta.

Solução da questão 2

(a) A figura 1

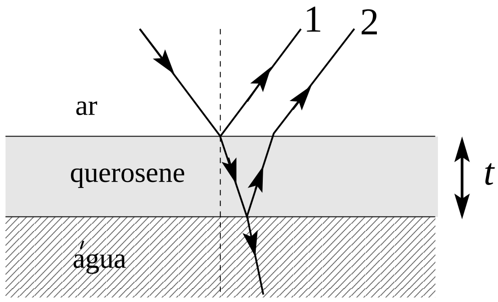


Figura 1

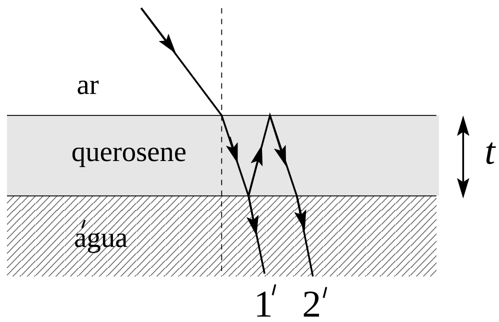


Figura 2

mostra que vai haver interferência construtiva entre os raios 1 e 2 quando

$$2\pi\frac{2t}{\lambda_q} - \pi = 2\pi m \Longrightarrow n_q\frac{2t}{\lambda_0} = m + \frac{1}{2} \Longrightarrow \lambda_0 = \frac{4tn_q}{2m+1} = \frac{2240}{2m+1}, \quad m = 0, 1, 2, ...$$

Há duas soluções dentro do espectro visível. Para $m = 1$, $\lambda_0 = 746,6$ nm; para $m = 2$, $\lambda_0 = 448$ nm.

(b) A interferência construtiva para o mergulhador ocorre se houver interferência destrutiva entre os raios 1 e 2 da figura 1.

$$2\pi\frac{2t}{\lambda_q} - \pi = 2\pi\left(m + \frac{1}{2}\right) \Longrightarrow n_q\frac{2t}{\lambda_0} = m+1 \Longrightarrow \lambda_0 = \frac{2tn_q}{m+1} = \frac{1120}{m+1}, \quad m = 0, 1, 2, ...$$

Para $m = 1$, $\lambda_0 = 560$ nm. Outros valores de m fornecem comprimentos de onda fora do espectro visível.

Solução alternativa: A interferência construtiva para o mergulhador ocorre quando os raios $1'$ e $2'$ da figura 2 interferem construtivamente.

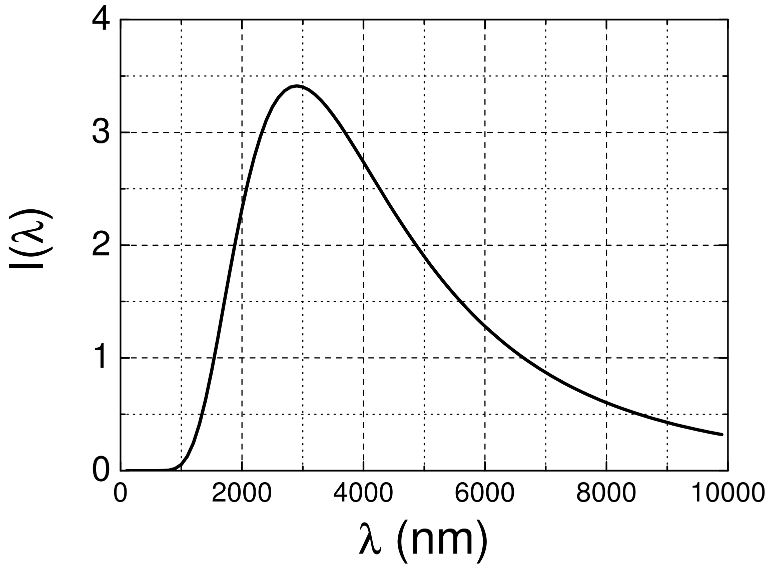
$$2\pi\frac{2t}{\lambda_q} = 2\pi m \Longrightarrow n_q\frac{2t}{\lambda_0} = m \Longrightarrow \lambda_0 = \frac{1120}{m}, \quad m = 1, 2, 3, ...$$

Reobtemos $\lambda_0 = 560$ nm mas com $m = 2$.

(c) Quando e espessura t da mancha vai para zero a diferença de fase entre os raios 1 e 2 é igual a π radianos. Isto leva a uma interferência destrutiva para todos os comprimentos de onda.

Questão 3

O gráfico abaixo representa a emitância espectral I(λ) (distribuição de intensidade) de um corpo negro como função do comprimento de onda. É dada apenas a escala do eixo de comprimento de onda em nm $= 10^{-9}$ m. Faltou colocar no gráfico a unidade da escala do eixo da distribuição de intensidade.



(a) (1,0 ponto) Calcule a intensidade total irradiada por esse corpo.

(c) (1,0 ponto) Calcule aproximadamente a intensidade irradiada na faixa de comprimentos de onda entre 6000 e 8000 nm.

(d) (1,0 ponto) Caso a temperatura do corpo seja dobrada. Determine o comprimento de onda do máximo da nova curva e a intensidade total irradiada.

Solução da questão 3

(a) O comprimento de onda para a máxima intensidade é aproximadamente 2900 nm. Pela lei de Wien, a temperatura é

$$T = \frac{2,9 \times 10^{-3}}{2900 \times 10^{-9}} = 1000 \text{ K}.$$

A intensidade total é dada pela lei de Stefan-Botzmann

$$I_{total} = \sigma T^4 = (5,7 \times 10^{-8})(1000)^4 = 5,7 \times 10^4 \ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

(b) Do gráfico, a integral na região entre 6.000 nm e 8.000 nm é aproximadamente 4/28 da área total, logo, para esta região,

$$I \approx \frac{4}{28} \times 5,7 \times 10^4 \approx 8 \times 10^3 \ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

(c) O comprimento de onda para o qual a intensidade é máxima é inversamente proporcional a T e vai, portanto, ser 2 vezes menor (em torno de 1.450 nm).

A integral total é proporcional a T^4 e portanto a área debaixo da curva aumentaria de um fator $2^4 = 16$. Assim $I_{total} = 9,1 \times 10^5$ W/m^2.

Questão 4

(I) (1,5 ponto) Luz incide sobre uma placa fotográfica e será "gravada" se dissociar uma molécula de AgBr da placa. A energia mínima para dissociar essa molécula é da ordem de 10^{-19} J. Qual é a região de comprimentos de onda de luz que pode ser gravada nessa placa?

(II) (1,0 ponto) Qual é a separação linear entre dois objetos na superfície de Marte que podem ser resolvidos pelo telescópio Hubble com uma abertura $2,4$ m? Dados: a distância entre a Terra e Marte $R = 8,0 \times 10^7$ km; o comprimento de onda da luz é 550 nm.

Solução da questão 4

(I) O fóton deve ter energia maior ou igual a 10^{-19} J. Portanto,

$$\frac{hc}{\lambda} \geq 10^{-19}\text{ J} \Longrightarrow \lambda \leq \frac{(6,6 \times 10^{-34})(3 \times 10^{8})}{10^{-19}} = 2.000 \text{ nm}.$$

(II) Os objetos serão resolvidos se sua separação angular θ_{min} satisfizer

$$\theta_{min} = 1,22\frac{\lambda}{D}.$$

A separação d entre os objetos é

$$d = \theta_{min} R = 1,22\frac{\lambda}{D}R = \frac{1,22(5,5 \times 10^{-7})(8,0 \times 10^{10})}{2,4} = 2,2 \times 10^{4} \text{ m}.$$

Formulário

$1 \text{ nm} = 10^{-9}$ m; $\quad h = 6,6 \times 10^{-34}$ J.s; $\quad c = 3 \times 10^{8}$ m/s;

$\lambda = \lambda_0/n$; $\quad I = I_0 \cos^2(\phi/2)$; $\quad \phi = 2\pi d \operatorname{sen}\theta/\lambda$;

$a \operatorname{sen}\theta = m\lambda$; $\quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3...$

$I = I_0 \left[\frac{\operatorname{sen}(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2$, $\quad \beta = 2\pi a \operatorname{sen}\theta/\lambda$; $\quad \theta_{mín} \approx \frac{\lambda}{a}$; $\quad \theta_{mín} \approx 1,22\frac{\lambda}{a}$;

$I_{total} = \sigma T^4$; $\quad \sigma = 5,7 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$; $\quad \lambda_m T = 2,9 \times 10^{-3}$ m $\cdot$ K ;

$E_f = hf = hc/\lambda$; $\quad E_{cin}^{max} = hf - \phi$.