Física IV - 4320402

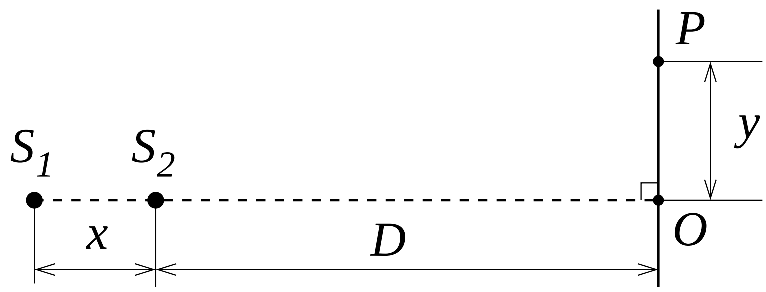
Escola Politécnica - 2014

GABARITO DA P2

14 de outubro de 2014

Questão 1

Num arranjo experimental os pontos S_1 e S_2 funcionam como fontes de luz idênticas emitindo em fase com comprimentos de onda λ. A distância x entre S_1 e S_2 pode ser variada, e S_2 encontra-se a uma distância D do anteparo.



(a) (1,0 ponto) Obtenha a expressão para a diferença de fase ϕ entre as ondas no ponto P (obs: NÃO faça nenhuma aproximação).

(b) (0,5 ponto) Para que valores de x obtem-se interferência destrutiva para $y = 0$ (ponto O)?

(c) (1,0 ponto) Se apenas um dos S_1 ou S_2 estiver presente a intensidade observada no ponto P do anteparo é aproximadamente constante e igual a I para x e y pequenos (as amplitudes dos campos elétricos devidos às fontes em P são aproximadamente iguais: $E_{01} \approx E_{02} = E$). Deduza a expressão da intensidade resultante I_R observada no ponto P como função apenas de I e ϕ.

$\boxed{\textbf{Solução da questão 1}}$

(a) A diferença de percurso entre as ondas é

$$\Delta r = \sqrt{(D+x)^2 + y^2} - \sqrt{D^2 + y^2}.$$

A diferença de fase é

$$\phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda}.$$

(b) No ponto O $y = 0$ e a diferença de fase entre as ondas é

$$\phi = 2\pi \frac{x}{\lambda}.$$

Para haver interferência destrutiva em A devemos ter

$$\phi = (2m+1)\pi \Longrightarrow x = \lambda \left(m + \frac{1}{2} \right)$$

(c) Os campos elétricos das ondas em P que partem de S_1 e S_2 são

$$E_1 = E \cos \omega t, \qquad E_2 = E \cos(\omega t + \phi).$$

As intensidades são

$$I_1 = \epsilon_0 c E^2 < (\cos \omega t)^2 >= \frac{1}{2} \epsilon_0 c E^2, \qquad I_2 = \epsilon_0 c E^2 < (\cos(\omega t + \phi))^2 >= \frac{1}{2} \epsilon_0 c E^2.$$

A intensidade resultante em P é

$$\begin{aligned} I_R &= \epsilon_0 c < (E_1 + E_2)^2 >= \epsilon_0 c < [E \cos(\omega t) + E \cos(\omega t + \phi)]^2 > \\ &= \epsilon_0 c\, E^2 < (2 \cos(\phi/2) \cos(\omega t + \phi/2))^2 >= 2\, \epsilon_0 c\, E^2 \cos^2(\phi/2) = 4I \cos^2(\phi/2), \end{aligned}$$

onde usamos $I_1 = I_2 = \epsilon_0 c\, E^2/2 = I$.

Questão 2

(I) (1,0 ponto) Qual é a distância mínima que deve separar dois objetos na Lua para serem resolvidos pelo telescópio espacial Hubble que tem um espelho de 2,4 m de diâmetro? Considere a distância entre o Hubble e a Lua $r = 380.000$ km e o comprimento de onda da luz $\lambda = 400$ nm (luz violeta).

(II) (1,5 ponto) Uma película muito fina de material transparente, de índice de refração 1,3 é utilizada como revestimento anti-refletor na superfície de um vidro de índice de refração 1,5 de uma célula solar. Qual deve ser a espessura mínima da película para numa incidência perpendicular não se observar por reflexão a luz que no vácuo tem comprimento de onda $\lambda = 600$ nm?

Solução da questão 2

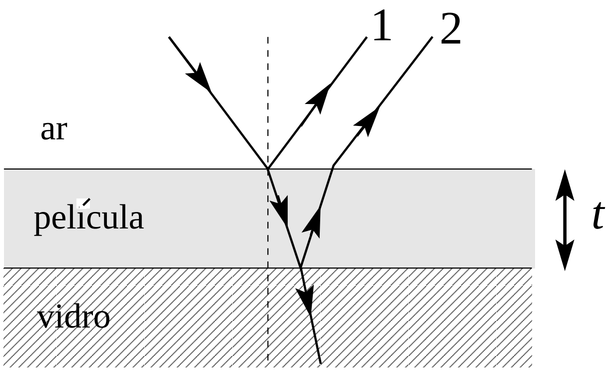
(I) O ângulo subentendido pelos objetos minimamente resolvidos é

$$\theta_{mín} = 1,22\frac{\lambda}{D} = 1,22\,\frac{400 \times 10^{-9}}{2,4} = 2,0 \times 10^{-7} \text{ rad.}$$

A distância mínima d entre os dois objetos é

$$d = r\theta_{mín} = (3,8 \times 10^{8})(2,0 \times 10^{-7}) = 76 \text{ m.}$$

(II) A figura



mostra que vai haver interferência destrutiva entre os raios 1 e 2 quando

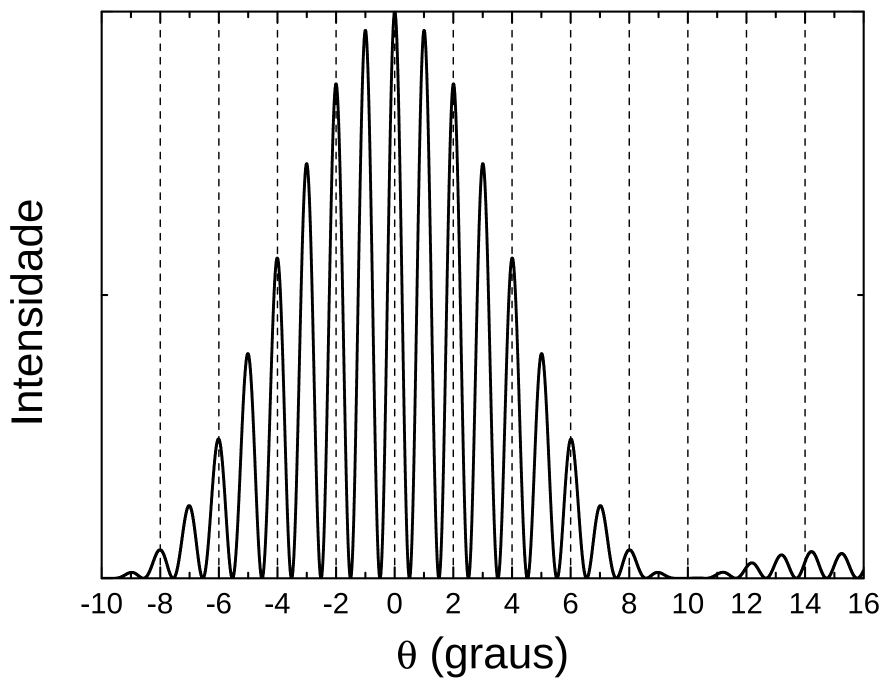
$$2\pi\frac{2t}{\lambda_p} + \pi - \pi = (2m+1)\pi \Longrightarrow t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2n_p}; \quad m = 0, 1, 2, ...,$$

onde usamos $\lambda_p = \lambda/n_p$. A espessura mínima é obtida com $m = 0$.

$$t_{mín} = \frac{\lambda}{4n_p} = \frac{600 \times 10^{-9}}{4 \times 1,3} = 1,2 \times 10^{-7} \text{ m.}$$

Questão 3

(I) Um sistema de duas fendas é iluminado com luz monocromática. A figura abaixo mostra a intensidade num anteparo distante como função do ângulo em relação ao feixe incidente.



(a) (1,0 ponto) Qual é a relação entre a distância d entre os centros das fendas e a largura a das fendas desse sistema?

(b) (0,5 ponto) Se a largura das fendas fosse reduzida pela metade o número de franjas brilhantes entre os mínimos de difração de ordem mais baixa aumentaria ou diminuiria? Justifique sua resposta.

(II) (1,0 ponto) Uma rede de difração tem 1000 linhas. Radiação luminosa contendo ondas de dois comprimentos de onda $\lambda_1 = 5000,0$ Å e $\lambda_2 = 5000,5$ Å incidem perpendicularmente nessa rede. É possível resolver estes dois comprimentos de onda sabendo-se que a máxima ordem de difração que pode ser observada para 5000 Å é oito?

Solução da questão 3

(I) Duas fendas

(a) A diferença angular entre dois máximos consecutivos de interferência é de $1° \Leftrightarrow \pi/180$ rad $\equiv \theta_i$. Por outro lado, a diferença angular entre dois máximos consecutivos satisfaz $d \operatorname{sen} \theta_i \approx d\,\theta_i = \lambda$. Portanto

$$d = \frac{\lambda}{\theta_i}. \tag{1}$$

O primeiro mínimo de difração ocorre em $10° \Leftrightarrow 10\pi/180$ rad $= 10\,\theta_i \equiv \theta_d$. O primeiro mínimo de difração satisfaz $a \operatorname{sen} \theta_d \approx a\ \theta_d = a\,10\,\theta_i = \lambda$

$$a = \frac{\lambda}{10\,\theta_i}. \tag{2}$$

Dividindo as equações (1) e (2) obtemos $d/a = 10$.

(b) A abertura angular 2θ entre os primeiros mínimos de difração é tal que

$$a \operatorname{sen} \theta = \lambda.$$

Reduzindo a largura da fenda pela metade aumenta-se a abertura angular e portanto o número de máximos de interferência.

(II) Para termos λ e $\lambda + \Delta\lambda$ minimamente resolvidos no espectro de ordem m devemos ter $Nm = \lambda/\Delta\lambda$, onde N é o número de linhas da rede de difração. No nosso caso

$$m = \frac{\lambda}{N\Delta\lambda} = \frac{5000}{1000 \times 0,5} = 10.$$

Assim, só no espectro de ordem 10 teríamos λ_1 e λ_2 minimamente resolvidos. Portanto a rede não resolve estes comprimentos de onda.

Questão 4

(I) (1,0 ponto) Considere um planeta que absorve de seu Sol uma potência luminosa total de 3×10^{16} W. É sabido que a área da superfície do planeta é de 5×10^{15} m^2. Se nenhum calor é gerado no interior do planeta, para manter a temperatura em equilíbrio o planeta deve emitir de volta para o espaço a mesma quantidade de energia absorvida da luz estelar. Suponha que o planeta emite radiação como se fosse um corpo negro. Nessas condições, qual é o comprimento de onda para o qual ocorre a máxima intensidade da radiação emitida pelo planeta.

(II) Luz monocromática de comprimento de onda $\lambda = 6,6 \times 10^{-7}$ m e de intensidade 1000 W/m^2 incide perpendicularmente sobre uma superfície metálica de área $A = 100$ cm^2.

(a) (1,0 ponto) Quantos fótons por segundo incidem sobre a superfície metálica?

(b) (0,5 ponto) Calcule em eV a função de trabalho do metal sabendo que os elétrons mais energéticos arrancados do metal têm energia cinética igual a 0,5 eV.

$\boxed{\textbf{Solução da questão 4}}$

(I) Corpo negro.

A potência por unidade de área irradiada pelo corpo é dada pela lei de Stefan-Boltzmann: $P = \sigma T^4$. Portanto a potência total é

$$P_{total} = \sigma T^4 \times A \Longrightarrow T = \left(\frac{P_{total}}{\sigma A}\right)^{1/4} = \left[\frac{3 \times 10^{16}}{(6 \times 10^{-8})(5 \times 10^{15})}\right]^{1/4} = (10^8)^{1/4} = 100\text{K}.$$

O comprimento de onda $\lambda_{máx}$ em torno do qual a intensidade é máxima é dado pela lei de deslocamento de Wien

$$\lambda_{máx} = \frac{cte}{T} = \frac{2,9 \times 10^{-3}}{100} = 2,9 \times 10^{-5} \text{ m}.$$

(II) Efeito fotoelétrico.

(a) A energia de um fóton é

$$E_{fóton} = h\nu = h\frac{c}{\lambda}.$$

O número N de fótons por segundo está relacionado com a intensidade I através de

$$NE_{fóton} = IA \Longrightarrow N = \frac{IA\lambda}{hc} = \frac{1000\,(100 \times 10^{-4})(6,6 \times 10^{-7})}{(6,6 \times 10^{-34})(3,0 \times 10^8)} = 3,3 \times 10^{19} \text{ fótons}.$$

(b) A função de trabalho ϕ do metal é dada por (lembre que 1eV $= 1,6 \times 10^{-19}$ J)

$$\phi = E_{fóton} - E_{cin} = \frac{(6,6 \times 10^{-34})(3,0 \times 10^8)}{(6,6 \times 10^{-7})(1,6 \times 10^{-19})} - 0,5 = 1,9 - 0,5 = 1,4 \text{ eV}.$$

Formulário

$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}; \quad h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J.s}; \quad c = 3 \times 10^{8} \text{ m/s}; \quad 1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m};$

$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}; \quad \lambda = \lambda_0/n; \quad I = c\,\epsilon_0 < E^2(t) >; \quad < \cos^2(\omega t + \delta) >= 1/2;$

$< \cos(\omega t + \delta) >= 0; \quad < \cos(\omega t)\,\text{sen}\,(\omega t) >= 0; \quad \cos A + \cos B = 2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$

$I = I_0 \cos^2(\phi/2); \quad \phi = 2\pi d\,\text{sen}\,\theta/\lambda; \quad Nm = \frac{\lambda}{\Delta\lambda};$

$I = I_0 \left[\frac{\text{sen}\,(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2, \quad \beta = 2\pi a\,\text{sen}\,\theta/\lambda\ ; \quad \text{sen}\,\theta_{mín} \approx \theta_{mín} = 1,22\frac{\lambda}{a};$

$I_{total} = \sigma T^4; \quad \sigma \approx 6 \times 10^{-8}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}\ ; \quad \lambda_m T = 2,9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}\ ;$

$E_f = hf = hc/\lambda; \quad E_{cin}^{max} = hf - \phi.$