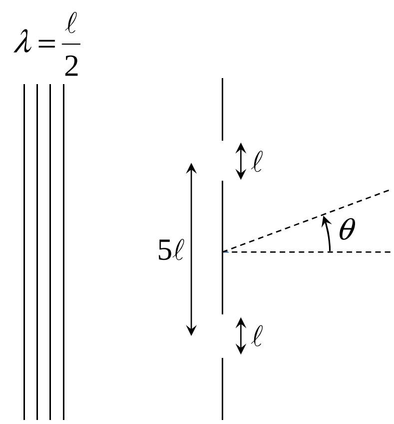
Física IV - 4323204
P1 - 1 de setembro de 2016

Questão 1

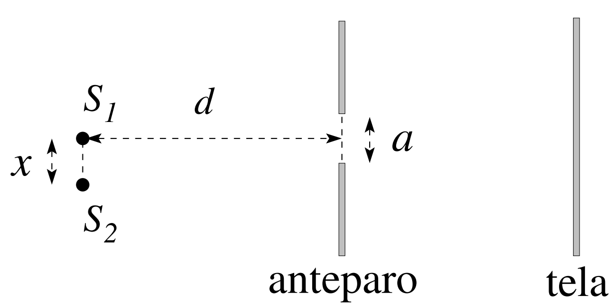
(I) Considere um conjunto de duas fendas de largura ℓ, espaçadas por uma distância de 5ℓ. Sobre estas duas fendas incide uma onda plana monocromática, cujo comprimento de onda é igual a $\ell/2$, conforme a figura.



(a) (0,5 ponto) Para quais valores do ângulo de observação θ, indicado na figura, serão observados os dois primeiros mínimos de difração adjacentes ao máximo central?

(b) (1,0 ponto) Considere a região angular $0° \leq \theta \leq 30°$. Qual é o número de mínimos de interferência nesta região?

(II) (1,0 ponto) Duas fontes de luz S_1 e S_2, não coerentes emitem luz no mesmo comprimento de onda λ. A distância entre as fontes é x e ambas se situam à mesma distância $d >> x$ de um anteparo com uma fenda de largura a. A imagem das fontes é projetada sobre uma tela, conforme a figura. Deduza a dependência entre x, d, λ e a para que as imagens na tela estejam resolvidas.



Solução da questão 1

(I) Duas fendas

(a) Os mínimos de difração ocorrem quando $a \operatorname{sen}\theta = n\lambda$, $n = \pm1, \pm2, ...$ Os dois primeiros mínimos correspondem a $n = \pm1$.

$$n = \pm1 \Longrightarrow \operatorname{sen}\theta = \pm1/2 \Longrightarrow \theta_{\pm1} = \pm30^\circ$$

(b) Os mínimos de interferência ocorrem quando $d \operatorname{sen}\theta = (n+1/2)\lambda$, $n = 0, \pm1, \pm2, ...,$ ou seja

$$\operatorname{sen}\theta = (n + \frac{1}{2})\frac{1}{10}.$$

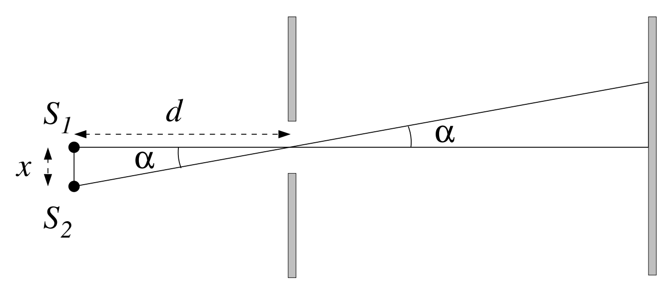
Se $0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$ então $0 \leq \operatorname{sen}\theta \leq 1/2$. Substituindo $\operatorname{sen}\theta$ pela expressão acima obtemos

$$0 \leq (n + \frac{1}{2})\frac{1}{10} \leq \frac{1}{2} \Longrightarrow 0 \leq n + \frac{1}{2} \leq 5 \Longrightarrow -0.5 \leq n \leq 4.5$$

$$\Longrightarrow n = 0, 1, 2, 3, 4 : \quad \underline{\text{5 mínimos}}.$$

(II) Poder de resolução

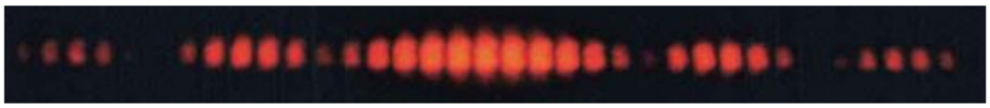
O ângulo para o qual as fontes S_1 e S_2 serão minimamente resolvidas é dado pelo critério de Rayleigh: $\alpha \approx \lambda/a$. Assim, para que as imagens sejam resolvidas devemos ter



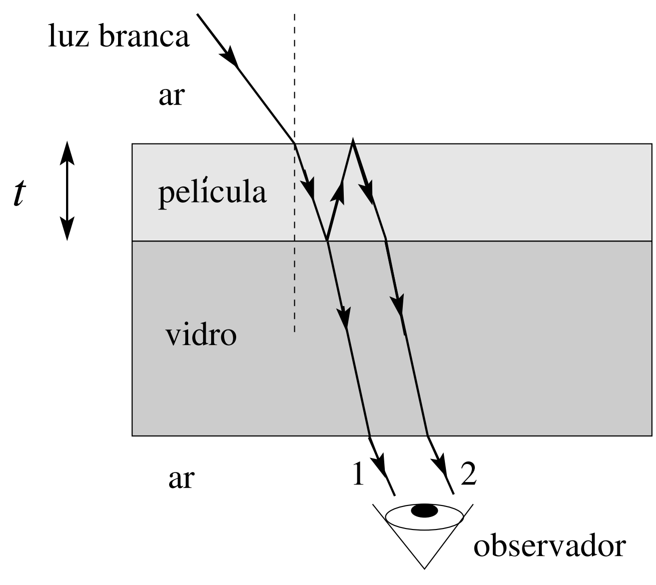
$$\left.\begin{array}{l} \alpha \geq \dfrac{\lambda}{a} \\ \tan\alpha = \dfrac{x}{d} \approx \alpha \end{array}\right\} \Longrightarrow R \equiv \frac{x}{d} \geq \frac{\lambda}{a}.$$

Questão 2

(I) (1,0 ponto) Luz monocromática incide sobre um anteparo com duas fendas de largura a e separadas por uma distância d. Sobre uma tela situada a uma distância muito maior do que d observam-se franjas de interferência e de difração, conforme a figura. Com base nesta figura, estime a relação a/d. Justifique.



(II) (1,5 ponto) Uma película transparente de espessura t = 200 nm e com índice de refração n_p =1,2 está colocada entre dois meios dielétricos: ar (índice de refração n_{ar} = 1) e vidro (índice de refração n_v =1,5). Luz branca incide quase normalmente sobre esta película e um observador vê a luz transmitida, conforme a figura. A luz branca tem comprimentos de onda entre 400 nm e 700 nm. Para quais comprimentos de onda neste intervalo haverá interferência construtiva entre os raios 1 e 2 da figura?



Solução da questão 2

(I) Dupla fenda com interferência e difração.

Os mínimos de difração ocorrem quando $a \operatorname{sen}\theta = n\lambda$, $n = \pm 1, \pm 2, ...$ O primeiro mínimo à direita do máximo central corresponde a $n = 1$.

$$a \operatorname{sen}\theta = \lambda.$$

Através da figura, vemos que este mínimo está na posição do sexto máximo de interferência depois do máximo central. Os máximos de interferência são dados pela condição $d \operatorname{sen}\theta = m\lambda$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, ...$ O máximo de interferência que é aniquilado pelo primeiro mínimo de difração à direita do máximo central tem $m = 6$.

$$d \operatorname{sen}\theta = 6\lambda.$$

Dividindo uma equação pela outra obtemos

$$\frac{a}{d} = \frac{1}{6}.$$

(II) Película fina.

A condição para haver interferência construtiva é que a diferença de fase entre os raios 1 e 2 seja um múltiplo de 2π. O raio 2 adquire uma fase de π ao se refletir na interface película–vidro. Assim,

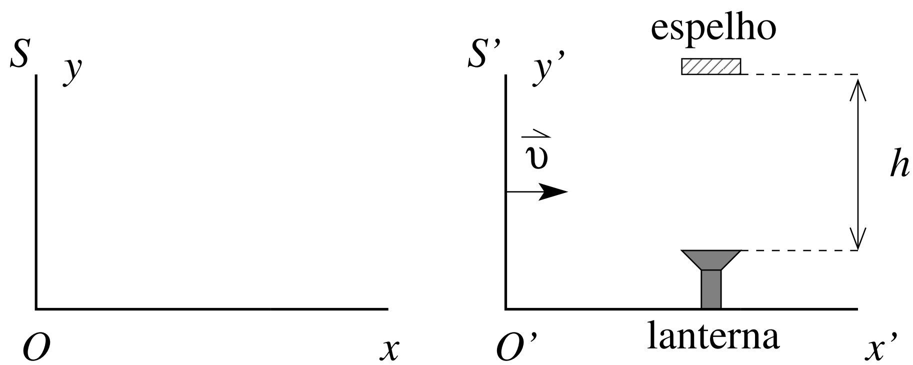
$$2\pi\frac{2t}{\lambda_p} + \pi = 2\pi m \Longrightarrow \frac{2tn_p}{\lambda_0} = m - \frac{1}{2} \Longrightarrow \lambda_0 = \frac{2tn_p}{m - 1/2}, \quad m = 1, 2, 3, ...$$

$$\lambda_0 = \frac{960}{2m-1} = \begin{cases} 960 \text{ nm} & \text{para} \quad m = 1 \\ 320 \text{ nm} & \text{para} \quad m = 2 \\ 192 \text{ nm} & \text{para} \quad m = 3 \end{cases}$$

Não haverá interferência construtiva para comprimentos de onda dentro do espectro visível.

Questão 3

Uma lanterna está em repouso no sistema inercial S' que se move com velocidade $\vec{v} = 4c/5\,\hat{\imath}$ em relação a um outro sistema inercial S. Em um determinado instante, um pulso de luz é emitido pela lanterna e propaga-se paralelamente ao eixo $O'y'$ até ser refletido por um espelho paralelo ao plano $x'z'$, retornando à lanterna. A distância entre a lanterna e o espelho é $h = 9$ m, conforme a figura.



(a) (1,0 ponto) Qual é o intervalo de tempo medido em S' entre a emissão e o retorno do pulso luminoso?

(b) (1,5 ponto) Qual é a distância percorrida pela lanterna durante estes dois eventos (emissão e retorno do pulso), medida no referencial S ?

Solução da questão 3

(a) No referencial S' o tempo medido é

$$\Delta T_0 = 2 \times \frac{h}{c} = \frac{18}{3 \times 10^8} = 6 \times 10^{-8} \text{ s.}$$

(b) O tempo medido no referencial S' é o tempo próprio. Portanto, o intervalo ΔT no referencial S é

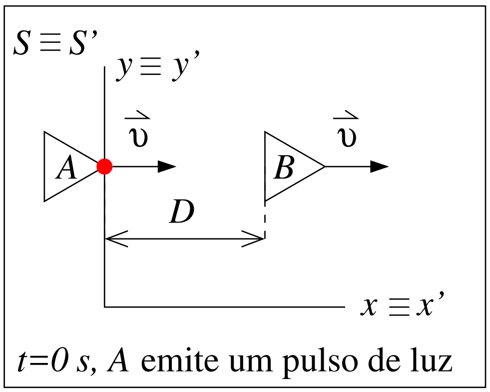
$$\Delta T = \frac{\Delta T_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{6 \times 10^{-8}}{\sqrt{1 - 0,8^2}} = 1 \times 10^{-7} \text{ s.}$$

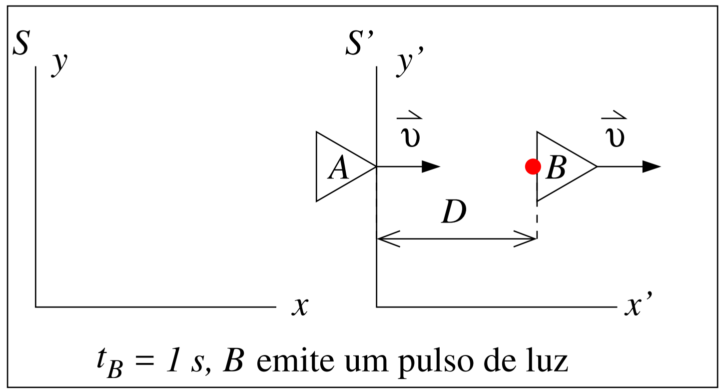
Neste intervalo de tempo a lanterna anda

$$\Delta L = v\Delta T = (2,4 \times 10^8)(1 \times 10^{-7}) = 24 \text{ m.}$$

Questão 4

Um observador na Terra (referencial S) observa duas naves espaciais A e B movendo-se com a mesma velocidade $\vec{v} = 3c/5\,\widehat{\imath}$, constante, separadas por uma distância igual a $D = 6 \times 10^8$ m. Este mesmo observador vê no instante $t = 0$ s a proa da nave A, com coordenada $x = 0$, emitir um pulso de luz e no instante $t_B = 1$ s a popa da nave B emitir um outro pulso de luz, conforme a figura. O referencial S da Terra e o referencial S' no qual as naves estão em repouso coincidem em $t = t' = 0$.





(a) (0,5 ponto) Calcule no referencial S a coordenada x_B do pulso emitido pela nave B no instante $t_B = 1$ s.

(b) (1,0 ponto) Calcule no referencial S' o instante t'_B em que o pulso é emitido pela nave B.

(c) (0,5 ponto) O pulso de luz emitido por B poderia ser uma resposta ao pulso de luz emitido por A?

(d) (0,5 ponto) Calcule a distância D' entre as naves no referencial S'.

$\boxed{\textbf{Solução da questão 4}}$

(a) Em S as coordenadas do evento "B emite um pulso de luz" são $t_B = 1$ s e

$$x_B = v \times t_B + D = 3 * 3 \times 10^8/5 + 6 \times 10^8 = 7,8 \times 10^8 \text{ m}.$$

(b) O instante de tempo t'_B no qual o pulso foi emitido pela nave B em S' é determinado através de

$$t'_B = \frac{t_B - v\,x_B/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{1 - (0,6)(7,8 \times 10^8)/(3 \times 10^8)}{\sqrt{1 - (0,6)^2}} = -0,7 \text{ s}.$$

(c) Não, porque de acordo com o item (b) a tripulação da nave B (referencial S') emite o pulso de luz em $t'_B = -0,7$ s, antes do pulso da nave A que é emitido em $t' = 0$.

(d) No referencial S' a distância entre as naves é

$$D' = \frac{D}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{6 \times 10^8}{\sqrt{1 - 0,6^2}} = 7,5 \times 10^8 \text{ m}.$$

Formulário

$$1\,\mathrm{nm} = 10^{-9}\,\mathrm{m}, \quad c = 3\times 10^{8}\ \mathrm{m/s},$$

$$\begin{cases} x' = \gamma\,(x - ut)\,, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{ux}{c^2}\right), \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \gamma\,(x' + ut')\,, \\ y = y', \\ z = z', \\ t = \gamma\left(t' + \dfrac{ux'}{c^2}\right), \end{cases}$$

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad \ell = \ell_0\sqrt{1-u^2/c^2}, \quad T = \frac{T_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$

$$I = I_0\cos^2(\phi/2), \quad I = I_0\left[\frac{\mathrm{sen}\,(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2, \quad I = I_0\cos^2(\phi/2)\,\left[\frac{\mathrm{sen}\,(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2,$$

$$\phi = 2\pi d\,\mathrm{sen}\,\theta/\lambda, \quad \beta = 2\pi a\,\mathrm{sen}\,\theta/\lambda, \quad \theta_{mín} \approx \frac{\lambda}{a}.$$