Física IV - 4323204

Escola Politécnica - 2018

GABARITO DA P1

30 de agosto de 2018

Questão 1

Luz proveniente de uma fonte monocromática de comprimento de onda λ é difratada por uma fenda de largura a em um anteparo paralelo às frentes de ondas planas. A figura de difração é observada em uma tela distante.

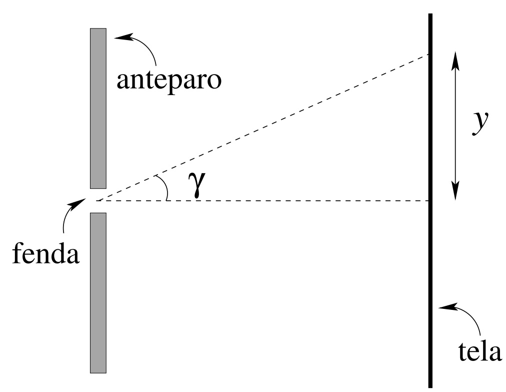


Figura 1

(a) (0,5 ponto) Se o primeiro mínimo da figura de difração ocorre em um dado ângulo γ contado a partir da região central, calcule a largura a da fenda. Considere a aproximação $\text{sen}\gamma = \gamma$ válida para ângulos pequenos.

(b) (1,0 ponto) Num segundo experimento, luz de outro comprimento de onda $\bar{\lambda} \neq \lambda$ é difratada pela mesma fenda produzindo o primeiro máximo secundário no mesmo ângulo γ do item (a). Qual é a relação entre $\bar{\lambda}$ e λ?

(c) (1,0 ponto) Calcule a abertura $\bar{a}$ da fenda para que a largura da franja brilhante na região central da figura de difração seja diminuída para 1/3 do valor.

Solução da questão 1

(a) Os mínimos da figura de difração produzidas por uma fenda de largura a são dados por

$$a\,\mathrm{sen}\gamma \;=\; m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, ...$$

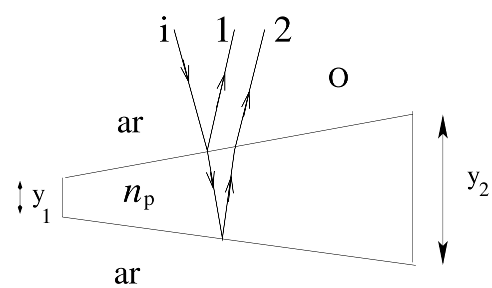
Portanto o primeiro mínimo da figura de difração é dado por $\gamma = \frac{\lambda}{a}$.

(b) De acordo com o enunciado, a luz de comprimento de de onda $\bar{\lambda} \neq \lambda$ tem seu primeiro máximo secundário em $\gamma = \frac{\lambda}{a}$. Considerando que um máximo lateral esteja aproximadamente situado à meia distância dos mínimos adjacentes, temos que $\gamma = \frac{\bar{\lambda}+2\bar{\lambda}}{2a}$. Comparando as expressões, obtemos que $\bar{\lambda} = \frac{2}{3}\lambda$.

c) A largura do máximo central é dada por $\delta\gamma = \frac{2\lambda}{a}$. Para que $\delta\gamma \rightarrow \frac{1}{3}\delta\gamma$, devemos ter uma abertura $\bar{a} = 3a$.

Questão 2

A figura abaixo mostra um bloco de plástico transparente com índice de refração $n_p > 1$ e espessura que varia continuamente entre y_1 (extremidade esquerda) e valor y_2 (extremidade direita). Um feixe de luz monocromática de comprimento de onda λ incide normalmente sobre toda a extensão do bloco e é refletida na direção do observador O. Ele observa o bloco numa visão superior e enxerga um perfil sequencial de interferência luminosa composto por 6 franjas escuras e 5 franjas claras ao longo da extensão do filme, onde as franjas nas extremidades são escuras. Considere incidência normal dos raios de luz.



(a) (1,5 ponto) Obtenha as condições para interfêrencia construtiva e destrutiva da luz observada para uma dada espessura y tal que $y_1 < y < y_2$.

(b) (1,0 ponto) Calcule a diferença $y_2 - y_1$ em termos de λ e n_p.

Solução da questão 2

(a) O raio incidente i se divide no raio refletido 1 e no raio refratado 2, conforme a figura anterior. Como o índice de refração do plástico é maior que o do ar, o raio 1 vai se defasar de π radianos, ou de meio comprimento de onda. Para haver interferência construtiva devemos ter

$$\frac{2\pi}{\lambda_p}2y - \pi = m2\pi \Longrightarrow 2n_p y = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda,$$

onde $\lambda_p = \lambda/n_p$, λ é o comprimento de onda no ar e $m = 0, 1, 2, 3....$ Analogamente, para haver interferência destrutuiva, devemos ter $2n_p y = \lambda m$ e $m = 1, 2, 3....$

(b) Do item (a) e das informações do enunciado, temos que as condições para interferência destrutiva nas extremidades para $y = y_1$ e $y = y_2$ correspondem à $m = 1$ e $m = 6$. Assim $y_2 - y_1 = \frac{5\lambda}{2n_p}$.

Questão 3

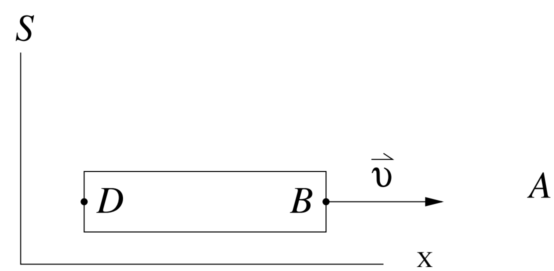
(I) A distância entre duas cidades A e B é 180 Km, segundo indicam as marcas da estrada. Considere agora dois relógios. Um relógio carregado por um ciclista relativístico viajando com velocidade $v = 0,6c$ e um relógio de posse de um observador em repouso na Terra. Em quanto tempo o ciclista percorrerá o percurso A-B segundo:

(a) (0,5 ponto) O relógio da Terra?

(b) (0,5 ponto) O relógio do ciclista?

Expresse as respostas dos itens (a) e (b) em segundos.

(II) (1,5 ponto) Uma espaçonave de comprimento próprio L_0 move-se com velocidade $\vec{v} = v\hat{i}$ com $v > 0$ e passa por um observador em repouso no ponto A do eixo x do sistema de coordenadas S, conforme indicado na figura. O observador registra em seu relógio um intervalo Δt para a passagem da espaçonave por ele, isto é o intervalo de tempo entre a passagem de B e D pelo ponto A. Calcule a velocidade v, expressando sua resposta somente em termos de c e dos parâmetros Δt e L_0.



$\boxed{\textbf{Solução da questão 3}}$

(I) Para o observador na Terra, o tempo gasto para o ciclista ir de A até B é dado por $t_{\text{Terra}} = \Delta t = \frac{180Km}{0,6c} = 10^{-3}\text{s}$. Do ponto de vista do ciclista, este intervalo de tempo é um tempo próprio, pois os eventos A e B ocorrem no mesmo ponto. Portanto, $t_{\text{ciclista}} = \Delta t_0 = \frac{\Delta t}{\gamma} = \Delta t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 8.10^{-4}\text{s}$.

(II) Para o observador em S, o intervalo de tempo Δt da passagem da espaçonave entre os pontos D e B é dado por $\Delta t = \frac{L}{v}$, sendo $L = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, uma vez que o comprimento próprio L_0 é aquele medido por um observador da espaçonave. Comparando as expressões acima, obtemos $v = \frac{L_0}{\sqrt{L_0^2+(\Delta tc)^2}}c$.

Questão 4

(I) (1,0 ponto) Um evento ocorre no ponto x_A sobre o eixo x e 10^{-6}s mais tarde um outro evento ocorre no ponto x_B, tal que $x_A - x_B = 600$m, quando visto de S. Verifique matematicamente se é possível que estes dois eventos apareçam simultaneamente em um outro referencial S', movendo-se paralelamente ao eixo x?

(II) (1,5 ponto) Considere duas cidades C_1 e C_2 que, segundo um observador na superfície da terra, estão separadas por uma distância de 500Km. Um observador terrestre observa dois eventos simultâneos E_1 e E_2 que ocorrem nas cidades C_1 e C_2 respectivamente. Uma aeronave viaja de C_1 para C_2 com velocidade de $\frac{12}{13}c$. Os eventos E_1 e E_2 serão simultâneos para o observador da aeronave? Se não, qual deles ocorrerá primeiro e qual a diferença de tempo?

Solução da questão 4

(I) Sejam $\Delta t = t_B - t_A$ e $\Delta t' = t'_B - t'_A$ os intervalos de tempo entre dois eventos A e B medidos em S e S$'$, respectivamente. De acordo com as transformações de Lorentz, eles se relacionam por $t'_B - t'_A = \gamma\left(t_B - t_A - \dfrac{v(x_B - x_A)}{c^2}\right)$. Para que os eventos A e B sejam simultâneos em S$'$, $\Delta t' = 0$ e portanto $v = \frac{(t_B - t_A)c^2}{x_B - x_A}$. Substituindo $x_B - x_A = -600$m e $\Delta t = 10^{-6}$s, obtemos $\vec{v} = -0.5c\hat{i}$. Portanto, como $|\vec{v}| < c$, é possível que os eventos sejam simultâneos em S$'$.

(II) Usando novamente as transformações de Lorentz, temos que o intervalo de tempo entre os eventos E_1 e E_2 medidos pelo observador na Terra Δt e na espaçonave $\Delta t'$ relacionam-se por $\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \dfrac{v\Delta x}{c^2}\right)$. Uma vez que eles ocorrem simultâneamente para o observador na Terra, $\Delta t = 0$, eles não serão simultâneos para o observador da aeronave, pois ocorrem em pontos diferentes. Assim, $\Delta t' = -\gamma\left(\dfrac{v\Delta x}{c^2}\right)$. Substituindo os valores encontramos $\Delta t' = -4.10^{-3}$s, de forma que o evento E_2 ocorreu primeiro para o observador da aeronave.

Formulário

Considere a velocidade da luz no vácuo $c = 3.10^8$m/s.

$$\begin{cases} x' = \gamma\,(x - ut)\,, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{ux}{c^2}\right), \end{cases} \qquad \begin{cases} v'_x = \dfrac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}, \\ v'_y = \dfrac{v_y\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2}, \\ v'_z = \dfrac{v_z\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2}. \end{cases}$$

O referencial S' se move em relação a S com velocidade $\vec{u} = u\hat{\imath}$.

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad \ell = \ell_0\sqrt{1-u^2/c^2}, \quad T = \frac{T_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$

$$I = I_0\left[\frac{\operatorname{sen}(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2, \quad I = I_0\cos^2(\phi/2)\,\left[\frac{\operatorname{sen}(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2,$$

$$\phi = 2\pi d\,\operatorname{sen}\theta/\lambda, \quad \beta = 2\pi a\,\operatorname{sen}\theta/\lambda, \quad 2d\,\operatorname{sen}\theta = m\lambda.$$