Física IV - 4323204

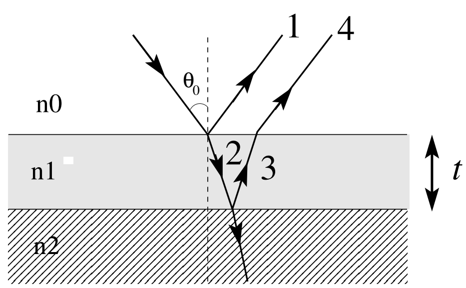
Escola Politécnica - 2018

GABARITO DA P1

29 de agosto de 2019

Questão 1

A figura abaixo mostra uma camada superior de índice de refração $n_1 = 1.5$ de espessura t, depositada sobre uma camada espessa de índice de refração $n_2 = 3$. O sistema está imerso em ar ($n_0 = 1$). Luz monocromática com comprimento de onda $\lambda_0 = 600nm$, incide sobre a camada de espessura t com um ângulo de incidência θ_0 pequeno.



(a) (0,5 ponto) Determine as frequências e os comprimentos de onda da luz nos três meios.

(b) (1,0 ponto) Obtenha a mínima espessura t da camada superior para que ela funcione como uma camada anti-reflexo (mínima reflexão) para este comprimento de onda em incidência normal.

(c) (1,0 ponto) Para a espessura t calculada no item anterior, encontre os comprimentos de onda da luz visível (400 nm$\leq$ λ_0 $\leq$800 nm) para os quais há um máximo de reflexão (interferência construtiva) para incidência normal.

Solução da questão 1

(a) A frequência da luz é a mesma nos meios 0, 1 e 2. Portanto o seu valor é dado por $f = \frac{c}{\lambda_0} = 5.10^{14} s^{-1}$. Por outro lado, os comprimentos de onda da luz serão dados por $\lambda_0 = 600$nm, $\lambda_1 = \lambda_0/n_1 = 400$nm, $\lambda_2 = \lambda_0/n_2 = 200$nm, respectivamente.

(b) O raio incidente se divide no raio refletido 1 e no raio refratado 2, conforme a figura anterior. Como o índice de refração do meio n_1 é maior que o do ar, o raio 1 vai se defasar de π radianos (ou equivalentemente de meio comprimento de onda). Pela mesma razão, o raio 2 incidindo sobre o meio 3 também sofrerá defasagem de π radianos ao ser refletido. Para haver mínima reflexão (interferência destrutiva) devemos ter então $2t\frac{2\pi}{\lambda_1} + \pi - \pi = (2m+1)\pi$, de forma que a mínima espessura $(m = 0)$ é dada por

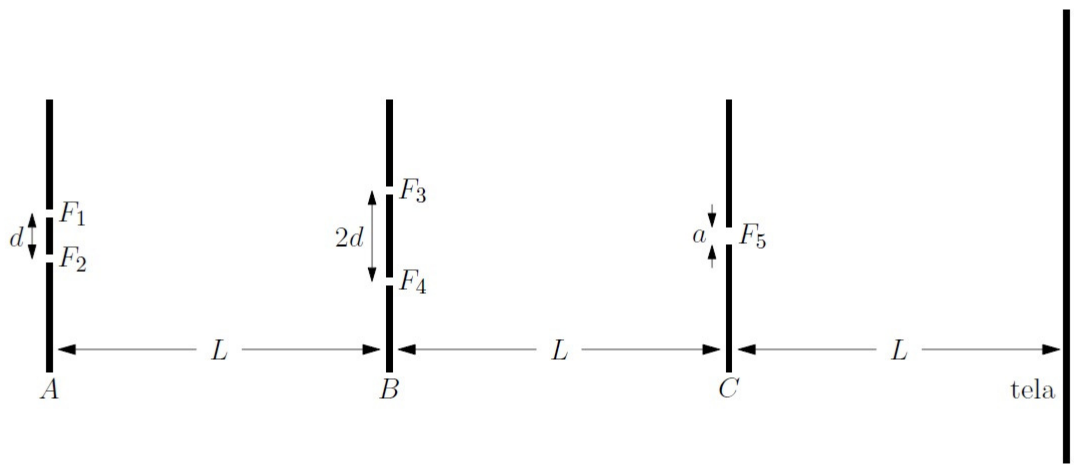
$$t_{min} = \frac{\lambda_1}{4} = \frac{\lambda_0}{4n_1} = 100nm,$$

onde $\lambda_1 = \lambda_0/n_1$, sendo λ_0 o comprimento de onda no ar.

(c) Para o valor de espessura obtido no item anterior, haverá máximo de reflexão sempre que $2t_{min}\frac{2\pi}{\lambda_1} = 2m\pi$, o que implica em $m = \frac{2n_1 t_{min}}{\lambda_0} = \frac{300}{\lambda_0}$nm. Para qualquer valor valor de λ_0 dentro do espectro visível 400nm $< \lambda_0 <$ 800nm, teremos $m < 1$, de forma que não haverá nenhum máximo de reflexão.

Questão 2

Uma fonte de luz coerente e monocromática de comprimento de onda $\lambda = 0,49\mu$m é utilizada num experimento cuja montagem está esquematizada na figura abaixo. As distâncias entre os anteparos consecutivos é $L = 1$m. Luz incide normalmente sobre o anteparo A, que possui duas fendas F_1 e F_2, com mesma abertura e separadas por uma distância d. A distância d é tal que que os primeiros máximos laterais de interferência se localizem sobre as fendas F_3 e F_4 do anteparo B. Elas possuem a mesma abertura das fendas do anteparo A, mas estão separadas por uma distância $2d$.



(a) (0,5 ponto) Quais são as diferenças de fase entre as ondas provenientes de F_1 e F_2 quando atingem as fendas F_3 e F_4.

(b) (1,0 ponto) Qual é o valor da separação d em milímetros?

(c) (1,0 ponto) Qual é o valor limite da abertura a (em milímetros) da fenda F_5 para que se possa distinguir dois máximos de difração (provenientes das fendas F_3 e F_4) na tela?

Solução da questão 2

(a) Como a distância entre os anteparos é tal que os primeiros máximos laterais de interferência se localizem sobre as fendas F_3 e F_4, as diferenças de fase das ondas são 2π e -2π, respectivamente.

(b) A distância d pode ser calculada por meio da expressão para os máximos de interferência $d \sin\theta = m\lambda$, onde $m = 1$. Supondo $L >> d$, podemos aproximar $\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{d}{L}$, obtendo então $d = \sqrt{\lambda L} = 0,7\text{mm}$.

(c) Os dois máximos de difração poderão ser distinguidos se $\sin\theta_m = \frac{\lambda}{a}$. Como $L >> d$ e $L >> a$ e os raios que sofrem difração ao atingir a fenda são provenientes das fendas F_3 e F_4, podemos usar a expressão aproximada $\sin\theta_m \approx \tan\theta_m = \frac{2d}{L}$. Desta forma obtemos $a = \frac{\lambda L}{2d}$ e usando o resultado do item anterior, obtemos finalmente $a = \frac{d}{2} = 0,35\text{mm}$.

Questão 3

Em um universo onde a velocidade da luz vale $c = \frac{20}{\sqrt{3}}$m/s, um corredor percorre certa distância em um intervalo de tempo $\Delta t = 10$s, quando observado de um referencial S. Ao terminar a corrida, o relógio do corredor atribuirá ao percurso um intervalo de tempo $\Delta t' = 5$s. Sabe-se que o corredor manteve sua velocidade constante durante todo o percurso.

(a) (1,0 ponto) Calcule a velocidade v do corredor em relação ao referencial S.

(b) (0,5 ponto) Calcule a distância L percorrida pelo corredor no referencial S.

(c) (1,0 ponto) Qual o comprimento que o corredor, situado em S', atribui ao trecho da pista percorrido por ele?

Solução da questão 3

(a) O intervalo de tempo $\Delta t'$ é um tempo próprio, de forma que ele relaciona-se com Δt por meio da expressão $\Delta t = \gamma \Delta t'$. Uma vez que $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, obtemos $v = c\sqrt{1 - (\frac{\Delta t'}{\Delta t})^2} = 10\text{m/s}$.

(b) A distância L percorrida pelo corredor, para um observador em S, é dada por $L = v\Delta t = 100\text{m}$.

(c) Para um observador S, parado em relação à pista, o trecho da pista $L_0 = L$ percorrido pelo corredor é um comprimento próprio. Dessa forma, para o corredor em S', a pista deverá ter comprimento menor dado por $L' = \frac{L_0}{\gamma} = 50\text{m}$.

Questão 4

Considere dois referenciais inerciais S e S', com origens O e O', respectivamente. O referencial S' move-se com velocidade de $\vec{v} = \frac{4}{5}c\hat{i}$ em relação a S.

(a) (1,5 ponto) Se um foguete é lançado de S com velocidade $\vec{u} = \frac{c}{2}\hat{i} + \frac{2}{5}c\hat{j}$, qual é a velocidade de lançamento $\vec{u}'$ do foguete para um observador em repouso em S'?

(b) (1,0 ponto) Supondo agora que dois pulsos de luz sejam enviados simultaneamente em S dos pontos $x_A = 600$m e $x_B = 800$m na direção de um detector colocado na origem O. Obtenha os intervalos de tempo entre as detecções dos pulsos de luz em O, medidos por observadores nos sistemas S e S'?

Solução da questão 4

(a) As componentes u'_x, u'_y e u'_z das velocidades em S' podem ser calculadas a partir das expressões

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2},$$
$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma(1 - vu_x/c^2)},$$
$$u'_z = \frac{u_z}{\gamma(1 - vu_x/c^2)},$$

respectivamente. Como $v = \frac{4}{5}c$, obtemos $\gamma = \frac{5}{3}$. Por outro lado, tendo em vista que $u_x = \frac{c}{2}$, $u_y = \frac{2c}{5}$ e $u_z = 0$, as componentes u'_x, u'_y e u'_z em S$'$ são obtidas, por substituição, de forma que $\vec{u}' = -\frac{c}{2}\hat{\imath} + \frac{2}{5}c\hat{\jmath}$.

(b) Sejam A e B os eventos correspondentes a detecção dos pulsos de luz na origem. Para um observador em S, o intervalo de tempo $\Delta t = t_B - t_A$ é dado por $\Delta t = (x_B - x_A)/c = \frac{2}{3}.10^{-6}$s. Para um observador em S', podemos relacionar Δt e $\Delta t'$ por meio das transformações de Lorentz, de forma que $\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right)$. Como os eventos são detectados em $\Delta x = 0$, temos $\Delta t' = \gamma\Delta t = \frac{10^{-5}}{9}$s.

Formulário

Velocidade da luz no vácuo $c = 3.10^8$m/s e 1 nm $= 10^{-9}$ m

$$\begin{cases} x' = \gamma\left(x - ut\right), \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{ux}{c^2}\right), \end{cases} \qquad \begin{cases} v'_x = \dfrac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}, \\ v'_y = \dfrac{v_y\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2}, \\ v'_z = \dfrac{v_z\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2}. \end{cases}$$

O referencial S' se move em relação a S com velocidade $\vec{u} = u\hat{\imath}$.

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad \ell = \ell_0\sqrt{1-u^2/c^2}, \quad T = \frac{T_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$

$$I = I_0\left[\frac{\mathrm{sen}\,(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2, \quad I = I_0\cos^2(\phi/2)\left[\frac{\mathrm{sen}\,(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2,$$

$$\phi = 2\pi d\,\mathrm{sen}\,\theta/\lambda, \quad \beta = 2\pi a\,\mathrm{sen}\,\theta/\lambda, \quad 2d\,\mathrm{sen}\theta = m\lambda, \quad \theta_{mín} \approx \frac{\lambda}{a}.$$