Física IV - 4323204

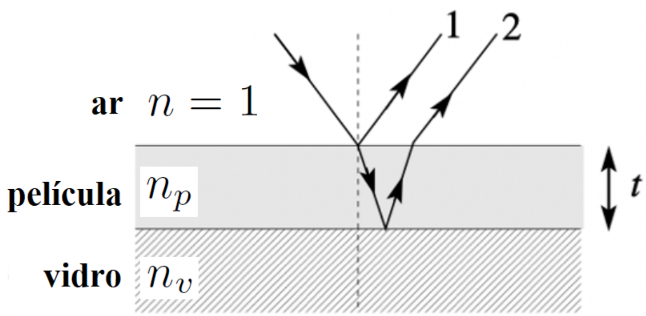
Escola Politécnica - 2022

GABARITO DA P1

6 de outubro de 2022

Questão 1

Uma película de espessura t e índice de refração $n_p = 1,2$ é depositada sobre uma superfície de vidro, de índice de refração $n_v = 1,3$. Para o caso em que luz de comprimento de onda λ (no ar, $n \approx 1$) incide normalmente sobre a película,



(a) (0,5 ponto) Calcule o comprimento de onda da luz na película e no vidro. Expresse sua resposta em termos das variáveis definidas no enunciado.

(b) (1,0 ponto) Qual a menor espessura t para que o raio refletido pela película interfira destrutivamente com o raio refletido pelo vidro, para luz de comprimento de onda $\lambda = 600$ nm?

(c) (1,0 ponto) Se $t = 600$ nm, quais comprimentos de onda λ apresentam interferência construtiva no intervalo da luz visível (entre 400 nm e 700 nm)?

Solução da questão 1

(a) Os comprimentos de onda na película e no vidro são, respectivamente $\boxed{\lambda_p = \lambda/n_p}$ e $\boxed{\lambda_v = \lambda/n_v}$

(b) A fase da onda refletida pela película é $\phi_1 = \pi$ e a fase da onda refletida pela interface entre a película e o vidro é:

$\phi_2 = \pi + \dfrac{2\pi}{\lambda/n_p} 2t.$

A diferença de fase entre os raios 1 e 2 é dado por:

$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = \dfrac{4\pi}{\lambda/n_p} t$

A partir da diferença de fase calculada acima, a condição para obter interferência destrutiva é:

$\Delta\phi = (2m+1)\pi$, sendo $m = 0, 1, 2, 3, ...$ Logo:

$\dfrac{4\pi}{\lambda/n_p} t = (2m+1)\pi \Rightarrow t = \dfrac{(2m+1)\lambda}{4n_p}$. A mínima espessura é obtida quando $m = 0$. Portanto:

$$\boxed{t = \frac{\lambda}{4n_p} = 125 \text{ nm}}$$

(c) A condição que precisa ser satisfeita para obter uma inteferência construtiva é:

$\Delta\phi = 2\pi m$, sendo $m = 1, 2, 3, ...$ Logo:

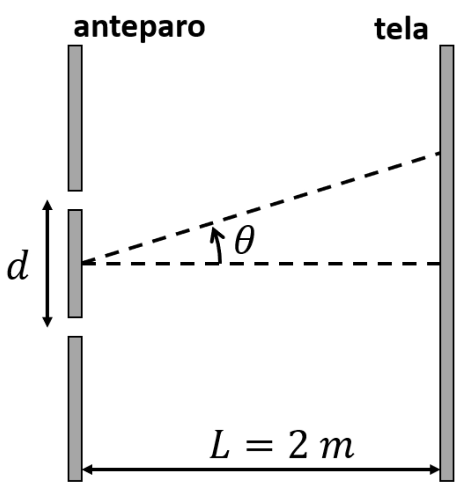
$\dfrac{4\pi}{\lambda/n_p} t = 2\pi m \Rightarrow \lambda = \dfrac{2n_p t}{m}$

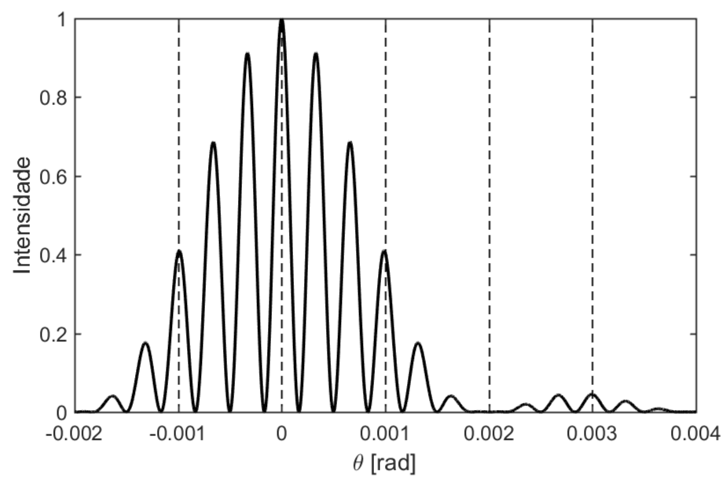
Os valores de λ que resultam em interferência construtiva são $\lambda = 1440$ nm (m=1), $\lambda = 720$ nm (m=2), $\lambda = 480$ nm (m=3), $\lambda = 360$ nm (m=4), ...

Portanto, na região visível temos $\boxed{\lambda = 480 \text{ nm}}$

Questão 2

Uma onda plana monocromática de comprimento de onda $\lambda = 500$ nm incide em um anteparo contendo duas fendas de largura a e separadas por uma distância d. Após passar pelas fendas, formam-se franjas claras e escuras numa tela situada a uma distância $L = 2$ m do anteparo, conforme mostra a figura abaixo. A distribuição de intensidades medidas na tela, em função do ângulo θ, é apresentada na figura do lado esquerdo. Considerando a aproximação $\operatorname{sen}(\theta) \approx \tan(\theta) \approx \theta$, determine:





(a) (0,5 ponto) A relação entre a distância d e a largura a das fendas.

(b) (1,0 ponto) A largura a das fendas em milímetros.

(c) (1,0 ponto) A distância d entre as fendas em milímetros.

Solução da questão 2

(a) O primeiro mínimo de difração coincide com o 6^o máximo de interferência, logo:

$$\boxed{\frac{d}{a} = 6}$$

(b) O primeiro mínimo de difração ocorre em $\theta = 0.002$ rad. Logo, podemos escrever:

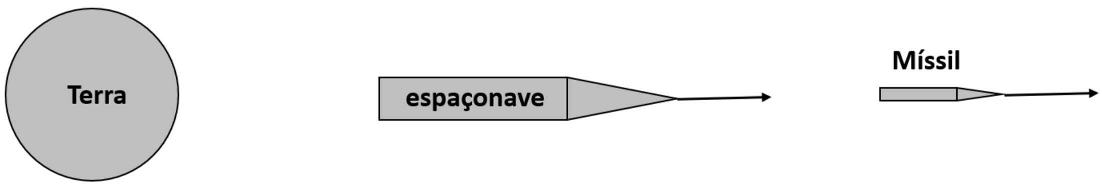
$$\frac{\beta}{2} = \pi \Rightarrow \frac{\pi a\,\mathrm{sen}\theta}{\lambda} = \pi \Rightarrow a = \frac{\lambda}{\theta} = \frac{500\ \mathrm{nm}}{0.002\ \mathrm{rad}} \Rightarrow \boxed{a = 0{,}25\ \mathrm{mm}}$$

(c) O sexto máximo de interferência ocorre em $\theta = 0.002$ rad. Logo:

$$\frac{\phi}{2} = 6\pi \Rightarrow 12\pi = \frac{2\pi d\,\mathrm{sen}\theta}{\lambda} \Rightarrow d = \frac{6\lambda}{\theta} \Rightarrow d = \frac{6(500\ \mathrm{nm})}{0{,}002\ \mathrm{rad}} \Rightarrow \boxed{\mathrm{d}= 1{,}5\ \mathrm{mm}}$$

Questão 3

Uma espaçonave alienígena possui velocidade $0,5c\hat{i}$ em relação à Terra, onde c é a velocidade da luz. A espaçonave passa pelo nosso planeta e é observada por nós no instante $t = 0$ s (no referencial terrestre). Neste exato instante, a espaçonave dispara um míssil de comprimento próprio L_0, com velocidade $0,5c\hat{i}$ em relação à espaçonave. Depois que o míssil se afasta da espaçonave, ele emite um pulso luminoso de frequência f_0 no referencial do míssil. Considerando essa situação, determine:



(a) (1,0 ponto) A velocidade do míssil para um observador na Terra.

(b) (0,5 ponto) O comprimento do míssil para um observador na Terra.

(c) (1,0 ponto) Calcule a frequência do pulso luminoso emitido pelo míssil medida por um observador na Terra.

Solução da questão 3

(a) $v_x = \dfrac{v'_x + u}{1 + \dfrac{v'_x u}{c^2}} = \dfrac{0,5c + 0,5c}{1 + 0,25} = 0,8c \Rightarrow \boxed{v_x = 0,8c}$

(b) $L = L_0\sqrt{1 - \dfrac{v_x^2}{c^2}} = L_0\sqrt{1 - \dfrac{0,8c \cdot 0,8c}{c^2}} = 0,6L_0 \Rightarrow \boxed{L = 0,6L_0}$

(c) $f' = f_0\sqrt{\dfrac{c - v_x}{c + v_x}} = f_0\sqrt{\dfrac{c - 0,8c}{c + 0,8c}} = \dfrac{f_0}{3} \Rightarrow \boxed{f' = \dfrac{f_0}{3}}$

Questão 4

Uma partícula com massa de repouso m_0 viaja com velocidade $0,6c$ e sofre uma colisão inelástica com uma partícula idêntica, mas em repouso. O resultado desta colisão é uma única partícula, com velocidade V e massa de repouso M_0.

(a) (1,0 ponto) Escreva a equação que expressa a conservação de energia no sistema.

(b) (1,0 ponto) Escreva a equação que expressa a conservação do momento linear no sistema.

(c) (0,5 ponto) Calcule a velocidade V e a massa de repouso M_0 da partícula resultante.

Solução da questão 4

(a) Conservação de energia:

$$E_i = E_f \Rightarrow \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + m_0c^2 = \frac{M_0c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Substituindo $v = 0,6c$ na equação acima, obtemos

$$\frac{5m_0c^2}{4} + m_0c^2 = \frac{M_0c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Rightarrow \boxed{\frac{9m_0}{4} = \frac{M_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}}$$

(b) Conservação do momento linear:

$$p_i = p_f \Rightarrow \frac{m_0v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{M_0V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Rightarrow \boxed{\frac{3m_0c}{4} = \frac{M_0V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}}$$

(c) Combinando as equações da conservação de energia com a equação de conservação do momento, encontramos: $\boxed{\text{V=c/3}}$

A partir da equação de conservação de energia, temos:

$$\frac{9m_0}{4} = \frac{M_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Rightarrow M_0 = \frac{9m_0}{4}\sqrt{1 - V^2/c^2} \Rightarrow \boxed{M_0 = \frac{3m_0}{\sqrt{2}}}$$

Formulário

Velocidade da luz no vácuo $c = 3.10^8$m/s e 1 nm $= 10^{-9}$ m

$$\begin{cases} x' = \gamma\,(x - ut)\,, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{ux}{c^2}\right), \end{cases} \qquad \begin{cases} v_x' = \dfrac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}, \\ v_y' = \dfrac{v_y\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2}, \\ v_z' = \dfrac{v_z\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2}. \end{cases} \qquad \begin{cases} v_x = \dfrac{v_x' + u}{1 + uv_x'/c^2}, \\ v_y = \dfrac{v_y'\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 + uv_x'/c^2}, \\ v_z = \dfrac{v_z'\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 + uv_x'/c^2}. \end{cases}$$

O referencial S' se move em relação a S com velocidade $\vec{u} = u\,\hat{\imath}$.

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad \ell = \ell_0\sqrt{1-u^2/c^2}, \quad T = \frac{T_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$

Efeito Doppler em termos do comprimento de onda: $\lambda' = \lambda\sqrt{\dfrac{c+v}{c-v}}$ ou

$\lambda' = \lambda\sqrt{\dfrac{c-v}{c+v}}, \quad \lambda = c/f, \quad E = \gamma m_0 c^2, \quad \vec{p} = \gamma m_0 \vec{v}, \quad K = (\gamma - 1)m_0c^2,$

$$I = I_0\left[\frac{\mathrm{sen}\,(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2, \quad I = I_0\cos^2(\phi/2)\,\left[\frac{\mathrm{sen}\,(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2,$$

$$\phi = 2\pi d\,\mathrm{sen}\,\theta/\lambda, \quad \beta = 2\pi a\,\mathrm{sen}\,\theta/\lambda, \quad 2d\,\mathrm{sen}\theta = m\lambda, \quad \theta_{mín} \approx \frac{\lambda}{a}.$$