Física IV - 4323204

Escola Politécnica - 2023

GABARITO DA P1

14 de setembro de 2023

Questão 1

No experimento de Young, duas fontes monocromáticas idênticas e coerentes entre si, separadas por uma distância d, produzem franjas de interferência num anteparo distante em D, sendo $D \gg d$. Quando as duas fontes estão em fase, a intensidade luminosa na região central do anteparo é dada por $I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$.

(a) (0,5 ponto) Se as duas fontes estiverem emitindo em oposição de fase (diferença de fase = π), haverá interferência construtiva ou destrutiva no centro do anteparo?

(b) (1,0 ponto) Escreva a expressão para a intensidade luminosa no anteparo quando as duas fontes pontuais estiverem emitindo em oposição de fase (diferença de fase = π). Expresse sua resposta em termos de ϕ.

(c) (1,0 ponto) Se as fontes estiverem em fase, mas contiverem dois comprimentos de onda diferentes, λ_1 e λ_2, sendo $\lambda_2/\lambda_1 = 4/3$, qual o primeiro máximo de intensidade de λ_1, contado a partir do central, coincidirá com um mínimo de intensidade de λ_2?

Solução da questão 1

(a) Haverá interferência destrutiva, pois as ondas são emitidas em oposição de fase e a distância percorrida pelas duas ondas até o ponto central é a mesma. Portanto:

$\boxed{\text{Interferência destrutiva.}}$

(b) As franjas claras e escuras trocam de lugar. A formula para a intensidade será:

$$\boxed{I = I_0 \cos^2\left(\frac{\phi + \pi}{2}\right) = I_0 \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

(c) ϕ determina a distancia $y = \frac{\lambda D}{d}\frac{\phi}{2\pi}$ entre o máximo central e o ponto do anteparo correspondente à intensidade I. Os máximos de intensidade da fonte λ_1, contados a partir do central, ocorrem para $\phi_1 = 2\pi N$, $N = 1, 2, ...$, ou seja, $y_1 = \frac{\lambda_1 D}{d}N$. Por outro lado, os minimos de intensidade da fonte λ_2, tambem contados a partir do central, ocorrem para $\phi_2 = (2N-1)\pi$, $N = 1, 2, ...$, ou seja, $y_2 = \frac{\lambda_2 D}{d}(N - \frac{1}{2})$. A condição para que o máximo de λ_1 coincida com o mínimo de λ_2 é

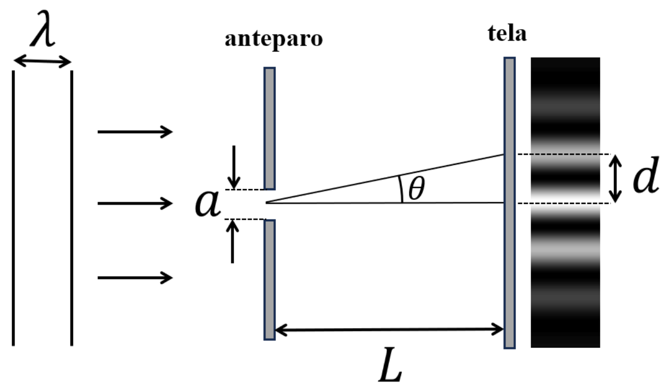
$y_1 = y_2 \Rightarrow \frac{\lambda_1 D}{d}N = \frac{\lambda_2 D}{d}(N - \frac{1}{2}) \Rightarrow N = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}(N - \frac{1}{2}) \Rightarrow N(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - 1) = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\frac{1}{2} \Rightarrow$

$N = \frac{\frac{4}{3}\frac{1}{2}}{\frac{4}{3} - 1} = 2 \Rightarrow$

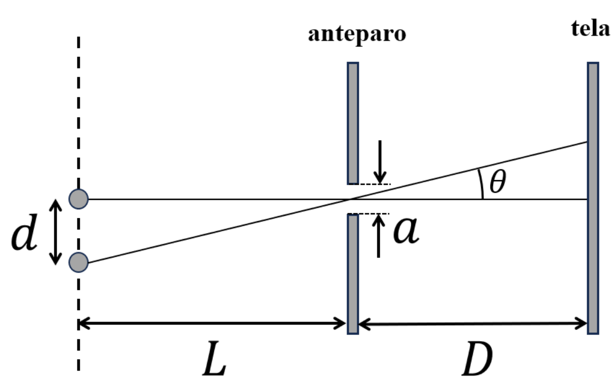
$\boxed{\text{O segundo máximo secundário de } \lambda_1 \text{ irá coincidir com um mínimo de } \lambda_2}$

Questão 2

(I) (1,5 ponto) Em um experimento de difração, uma onda monocromática de comprimento de onda λ incide em uma fenda de largura a, conforme ilustrado na figura abaixo. A figura de difração é observada em um anteparo localizado a uma distância L após a fenda. Calcule a distância d entre o máximo central e o primeiro máximo secundário. Dica: Assuma que a aproximação $\mathrm{sen}\theta \approx \tan\theta \approx \theta$ seja válida.



(II) (1,0 ponto) Duas fontes não coerentes entre si emitem ondas monocromáticas com o mesmo comprimento de onda $\lambda = 500$ nm. Ambas as fontes estão situadas a uma distância $L = 10$ m de um anteparo contendo uma fenda retangular de largura $a =$ 0,5 mm . A imagem das duas fontes é formada numa tela a uma distância $D = 2$ m do anteparo. Calcule o valor mínimo da distância d entre as fontes para que elas possam ser distinguidas na tela da figura abaixo. Como esse valor é alterado se a distância D for dobrada?



Solução da questão 2

(I) As posições de mínimo de difração ocorrem quando

$\tan\theta = \dfrac{d}{L} \approx \text{sen}\theta \approx \dfrac{\lambda}{a}m$, sendo $m = 1, 2, 3, ...$

As posições de máximo de difração ocorrem aproximadamente no meio de duas posições de mínimos consecutivos, ou seja:

$\tan\theta = \dfrac{d}{L} \approx \text{sen}\theta \approx \dfrac{\lambda}{2a}(2m+1)$,

sendo $m = 1$ para o primeiro máximo secundário. Logo:

$d \approx \dfrac{3\lambda L}{2a} \Rightarrow \boxed{d \approx \dfrac{3\lambda L}{2a}}$

(II) De acordo com o critério de Rayleigh, temos:

$\theta_{min} \approx \tan\theta \approx \dfrac{d_{min}}{L} \approx \dfrac{\lambda}{a} \Rightarrow d_{min} \approx \dfrac{\lambda L}{a} \Rightarrow \boxed{d_{min} \approx 10 \text{ mm}}$

O ângulo θ não é alterado ao dobrar a distância D. Logo, este resultado não é alterado. Portanto,

$\boxed{\text{Não é alterado!}}$

Questão 3

Uma estrela está situada a 16 anos-luz da terra. Um foguete sai em direção à estrela a uma velocidade $v = 4c/5$, que resulta em $\gamma = 5/3$.

(a) (0,5 ponto) Para um ocupante do foguete, qual a duração da viagem?

(b) (1,0 ponto) Quando o foguete chega à estrela, ele emite um sinal luminoso direcionado à Terra. Para um observador na Terra, quanto tempo transcorre entre a partida do foguete e o recebimento do sinal?

(c) (0,5 ponto) Na partida do foguete, um cronômetro é acionado na Terra, para registrar o tempo da viagem do foguete. No instante em que o foguete chegar à estrela, qual o tempo registrado no cronômetro?

(d) (0,5 ponto) Se o piloto pudesse enxergar o cronômetro na Terra, qual a leitura que ele avistaria no instante de chegada à estrela?

Solução da questão 3

(a) Para o foguete, a distancia a percorrer é D/γ, e será coberta no tempo $D/\gamma/v = \frac{16a.c}{\frac{5}{3}}\frac{5}{4c} = 16a\frac{3}{4} = 12a = 12$ anos.

Alternativamente, usando as transformações de Lorentz:

$t_A = 0$, $x_A = 0$; $t_B = D/v$, $x_B = D$;

Logo,

$t'_A = \gamma(t - vx_a/c^2) = 0$, $t'_B = \gamma(t_B - vx_B/c^2) = \gamma(D/v - vD/c^2) = D\gamma/v(1 - v^2/c^2) = D/\gamma/v$.

Portanto, em ambos os casos temos:

$\boxed{\Delta t = 12 \text{ anos}}$

(b) É o tempo de viagem do foguete da Terra até a estrela, mais o tempo de viagem da luz da estrela à Terra:

$\Delta t = D/v + D/c = \frac{16a.c}{\frac{4c}{5}} + \frac{16a.c}{c} = 20a + 16a = 36$ anos $\Rightarrow$.

$\boxed{\Delta t = 36 \text{ anos}}$

(c) Ao chegar a estrela, o cronômetro na Terra marca: $\Delta t = \dfrac{16a.c}{4c/5} = 20$ anos. Portanto:

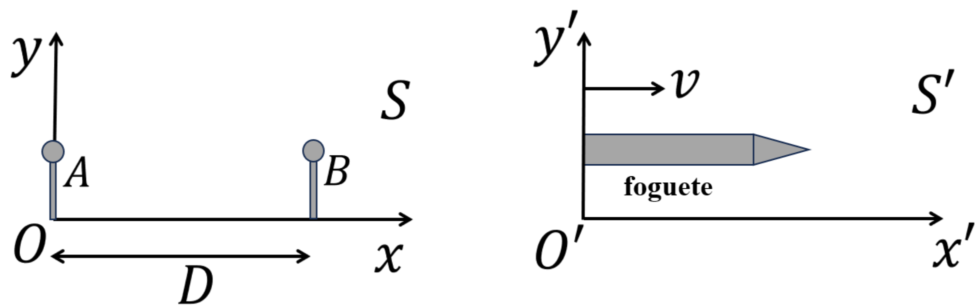
$\boxed{t = 20 \text{ anos}}$

(d) Ao chegar a estrela, o cronômetro na Terra marca 20 anos, mas o piloto avista 4 anos, o tempo registrado na Terra 16 anos antes, que é o tempo que a luz leva para chegar até o piloto. Portanto:

$\boxed{t = 4 \text{ anos}}$

Questão 4

Um foguete de comprimento próprio L_0 está em repouso em um referencial S', que se move com velocidade $\vec{v} = v\hat{i}$ em relação ao referencial inercial S. No referencial S, há um poste de luz A, localizado na posição $x_A = 0$ e outro poste B, localizado a uma distância D do primeiro, conforme ilustrado na figura. No instante de tempo $t = 0$, os dois postes emitem pulsos de luz ao mesmo tempo. Considere que a popa (parte de trás) da nave, em O', coincide com o poste A, em O, no instante de tempo $t = t' = 0$.



(a) (1,0 ponto) No referencial S', calcule os instantes de tempo que os pulsos de luz são emitidos pelos postes A e B. Neste referencial, qual poste emite primeiro?

(b) (0,5 ponto) No referencial S', calcule o instante de tempo que o pulso de luz emitido pelo poste A atinge a proa (parte da frente) do foguete.

(c) (1,0 ponto) No referencial S, calcule o instante de tempo que o pulso de luz emitido pelo poste A atinge a proa (parte da frente) do foguete.

Solução da questão 4

(a) Para calcular os instantes de tempo no referencial S', vamos definir dois eventos: Evento A) Poste A emite um pulso de luz, e Evento B) Poste B emite um pulso de luz. No referencial S, temos:

Evento A:

$$\begin{cases} x_A = 0 \\ t_A = 0 \end{cases}$$

Evento B:

$$\begin{cases} x_B = D \\ t_B = 0 \end{cases}$$

Aplicando as trasnformações de Lorentz nos eventos acima, temos:

$$\begin{cases} x'_A = \gamma\left(x_A - vt_A\right) = 0, \\ t'_A = \gamma\left(t_A - \dfrac{vx_A}{c^2}\right) = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x'_B = \gamma\left(x_B - vt_B\right) = \gamma D = \dfrac{D}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\ t'_B = \gamma\left(t_B - \dfrac{vx_B}{c^2}\right) = -\dfrac{\gamma v D}{c^2} = -\dfrac{vD}{c^2\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \end{cases}$$

Portanto:

$\boxed{t'_A = 0}$ e $\boxed{t'_B = -\dfrac{\gamma v D}{c^2} = -\dfrac{vD}{c^2\sqrt{1 - v^2/c^2}}}$

A partir deste resultado, concluímos que no referencial S', o poste B emite o pulso antes do poste A.

(b) No referencial S', o pulso de luz é emitido no instante $t'_A = 0$. Logo:

$$\boxed{t' = \frac{L_0}{c}}$$

(c) No referencial dos postes, a posição do pulso de luz em função do tempo é dada por:

$x_{luz}(t) = ct,$

e a posição da proa em função do tempo é:

$x_{proa}(t) = vt + L_0\sqrt{1 - v^2/c^2}$

Igualando as duas equações acima, temos:

$$x_{luz} = x_{proa} \Rightarrow ct = vt + L_0\sqrt{1 - v^2/c^2} \Rightarrow,$$

$$\boxed{t = \frac{L_0\sqrt{1 - v^2/c^2}}{c - v}}$$

Formulário

Velocidade da luz no vácuo $c = 3.10^8$ m/s e 1 nm $= 10^{-9}$ m

$$\begin{cases} x' = \gamma\left(x - ut\right), \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{ux}{c^2}\right), \end{cases} \qquad \begin{cases} v'_x = \dfrac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}, \\ v'_y = \dfrac{v_y\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2}, \\ v'_z = \dfrac{v_z\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2}. \end{cases}$$

O referencial S' se move em relação a S com velocidade $\vec{u} = u\hat{\imath}$.

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad \ell = \ell_0\sqrt{1-u^2/c^2}, \quad T = \frac{T_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$

$$I = I_0\left[\frac{\operatorname{sen}(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2, \quad I = I_0\cos^2(\phi/2)\left[\frac{\operatorname{sen}(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2,$$

$$\phi = 2\pi d\operatorname{sen}\theta/\lambda, \quad \beta = 2\pi a\operatorname{sen}\theta/\lambda, \quad 2d\operatorname{sen}\theta = m\lambda, \quad \theta_{mín} \approx \frac{\lambda}{a}.$$